

PUNCIÓNAMENTO DE LAJES PROTENDIDAS

Eliane Maria Lopes Carvalho

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por:

Antonio Claudio Ferraro Maia

Prof. Antonio Claudio Ferraro Maia
(Presidente)

Fernando L. Lobo B. Carneiro

Prof. Fernando L. Lobo B. Carneiro

Carlos Henrique Holck

Prof. Carlos Henrique Holck

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 1982

CARVALHO, ELIANE MARIA LÓPES

Puncionamento de Lajes Protendidas (Rio de Janeiro) 1982

XI, 134 p., 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M. Sc., Engenharia Civil, 1982).

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro, Fac. Engenharia

1. Puncionamento

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

A meus pais.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Antônio Claudio Ferraro Maia, pela valiosa orientação.

Ao Professor Michel Prê, pela inestimada ajuda na fase de planejamento e ensaios e ao Engenheiro Guy Fremont pela colaboração na fase de planejamento.

Aos amigos: Vanderlei Tizato, Décio Zendron, João Carlos A. Nunes, Joaquim Fernando Paes de Barros Leães e Francisco Carlos Rodrigues pela ajuda e interesse demonstrados.

Ao pessoal técnico do Laboratório de Estruturas: Manoel Aguinaldo, Flávio, João Pinto, Vicente, Mollica, José Maria e Osvaldo pela colaboração e amizade.

À STUP pelo apoio técnico e financeiro. Aos Engenheiros da STUP: Carlos Freire Machado, Roberto Azevedo Ferrão e Mário Monteiro Gouveia e ao seu pessoal técnico pelo apoio na fase de ensaio.

À Companhia Siderúrgica Nacional e Fábrica de Estruturas Metálicas pelos perfis e chapas cedidas para a montagem dos ensaios.

Ao PICD, CNPq e COPPE, pelo apoio financeiro.

A todos os colegas e professores que direta ou indiretamente contribuíram para a elaboração deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho são apresentados os resultados dos ensaios de funcionamento de três lajes protendidas com pilares interiores e sem armaduras transversais. Variou-se a tensão de protensão aplicada, a resistência à compressão do concreto e as dimensões dos pilares.

Os resultados experimentais da carga de ruptura por funcionamento foram comparados com valores teóricos obtidos a partir dos métodos de cálculo propostos pelas normas NB-1/78 e ACI/77 e pelas recomendações do CEB-FIP/78.

SUMMARY

In this work it is presented the results of punching tests in three plat slabs. These slabs were supported on a central column and had no shear reinforcement. The parameters varied in them were the prestress applied, the compressive strength of the concrete and the dimensions of the cross-section of the column.

The punching failure loads obtained in the tests are compared with predicted values found from the formulas given by the NB-1/78, ACI/77 and CEB-FIP codes of practice.

NOTAÇÕES ADOTADASÍNDICES

d - Valores de cálculo

u - Valores últimos

e - Valores de escoamento

VALORES RELATIVOS À GEOMETRIA DAS LAJES

a, b - Dimensões dos pilares

d - Altura útil da laje

h - Espessura da laje

ℓ - Vão da laje correspondente ao modelo ensaiado

ϕ - Diâmetro de uma barra da armadura

ρ_ℓ - Taxa geométrica de armadura

VALORES CARACTERÍSTICOS DOS MATERIAIS

E_{co} - Módulo de elasticidade do concreto

E_p - Módulo de elasticidade do aço de protensão

E_s - Módulo de elasticidade do aço passivo

f_{cc} - Resistência à compressão do concreto

f_{ct} - Resistência à tração do concreto

f_y - Limite de escoamento do aço passivo

CARGAS

P - Carga concentrada

DEFORMAÇÕES

ϵ - Deformação específica

TENSÕES

σ - Tensão normal (+) tração
 (-) compressão

τ - Tensão de cisalhamento

DIVERSOS

γ - Coeficiente de segurança

UNIDADES DE MEDIDAS

1 N \approx 0,1 Kgf

1 MPa = 1 N/mm² \approx 0,1 Kgf/cm²

1 psi = 1 lbf/in² \approx 0,07031 Kgf/cm² \approx 0,00703 MPa

ÍNDICE

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO.....</u>	1
 <u>CAPÍTULO II - PUNÇIONAMENTO DE LAJE PROTENDIDA COM PILAR</u> <u>INTERIOR E SEM ARMADURA TRANSVERSAL - PARTE</u> <u>TEÓRICA.....</u>	4
2.1 - Introdução.....	4
2.2 - Métodos de Dimensionamento.....	7
2.2.1 - Marti, Ritz e Thürlimann.....	7
2.2.2 - "Code-Modèle" do CEB-FIP/1978.....	10
2.2.3 - Norma do ACI.....	14
2.2.4 - Recomendações da STUP.....	17
2.2.5 - Norma Brasileira NB-1/1978.....	19
2.2.6 - F. Leonhardt - E. Mönnig	21
 <u>CAPÍTULO III - PUNÇIONAMENTO DE LAJE PROTENDIDA COM PILAR</u> <u>INTERIOR E SEM ARMADURA TRANSVERSAL - PAR-</u> <u>TE EXPERIMENTAL.....</u>	27
3.1 - Esquema de Ensaio.....	27
3.2 - Características Geométricas.....	29
3.2.1 - Laje de Concreto.....	29
3.2.2 - Aço Protendido.....	32
3.2.3 - Armadura Passiva.....	34

	<u>Pág.</u>
3.3 - Materiais.....	37
3.3.1 - Areia.....	37
3.3.2 - Agregado Graúdo.....	37
3.3.3 - Cimento.....	37
3.3.4 - Concreto.....	38
3.3.5 - Aço Ativo.....	38
3.3.6 - Aço Passivo.....	38
3.4 - Execução.....	38
3.4.1 - Concretagem.....	38
3.4.2 - Protensão.....	40
3.5 - Características Físicas dos Materiais.....	48
3.5.1 - Concreto.....	48
3.5.2 - Aço Passivo.....	51
3.5.3 - Aço de Protensão.....	53
3.6 - Instrumentação.....	56
3.6.1 - Flechas.....	56
3.6.2 - Deformação do Concreto.....	57
3.6.3 - Fissuração.....	59
 <u>CAPÍTULO IV - ANÁLISE DOS RESULTADOS</u>	 60
4.1 - Resultados Experimentais.....	60
4.1.1 - Cargas Aplicadas.....	60
4.1.2 - Fissuração.....	62
4.1.3 - Flechas.....	66
4.1.4 - Deformações.....	70

	<u>Pág.</u>
4.2 - Cargas de Ruptura.....	96
4.2.1 - Tensão Inicial de Protensão.....	96
4.2.2 - Tensão de Protensão no Dia do Ensaio.....	97
4.2.3 - Comparação dos Resultados.....	98
4.3 - Modos de Ruptura.....	105
 <u>CAPÍTULO V - CONCLUSÕES</u>	 113
5.1 - Considerações Finais.....	113
5.2 - Projeto para Continuação da Pesquisa.....	115
 <u>APÊNDICE A - PERDAS DE PROTENSÃO</u>	 117
A.1 - Perdas Instantâneas.....	117
A.1.1 - Perdas por Atrito.....	117
A.1.2 - Perdas por Deslizamento na Ancoragem.....	121
A.1.3 - Perdas por Deformação Instantânea do Concreto..	125
A.2 - Perdas Diferidas.....	125
A.2.1 - Perdas Devidas à Fluência e à Retração do Con- creto e à Relaxação do Aço Segundo o "Code-Modê le" CEB-FIP/1978.....	126
 <u>BIBLIOGRAFIA</u>	 131

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

As lajes protendidas estão sendo cada vez mais usadas como elementos estruturais na engenharia civil. Devido estas possuírem pequenas espessuras, um problema que deve ser analisado é o puncionamento.

Algumas pesquisas [5], [12] e [19] foram feitas para mostrar a influência de parâmetros como as dimensões dos pilares, espessura da laje, armadura passiva, resistência à compressão do concreto e tensão de protensão, no puncionamento de lajes protendidas.

A maioria dos métodos de dimensionamento ao puncionamento apresentam, ainda hoje, fórmulas empíricas obtidas através de ensaios em laboratório.

A grande utilização deste esquema estrutural na construção civil justifica o interesse de uma pesquisa experimental sobre o puncionamento em lajes protendidas.

Marti et al [16] apresentam um método de dimensionamento baseado em hipóteses da teoria da plasticidade.

O CEB-FIP/1978 [8] apresenta um método de dimensionamento ao puncionamento onde é considerada a influência da re-

sistência à compressão do concreto, da altura útil da laje, das dimensões do pilar e da armadura passiva. Não é considerada a influência da protensão neste método de dimensionamento.

A limitação da tensão cisalhante recomendada pelo Comitê ACI-ASCE 423 [4] é uma função da resistência à compressão do concreto e da tensão de protensão.

As recomendações da STUP [20] aborda o problema do funcionamento em lajes sem armadura transversal de maneira idêntica ao Comitê ACI-ASCE [4].

A NB-1/1978 [1] limita a tensão cisalhante por uma função da resistência à compressão do concreto. Neste método de dimensionamento não é considerada a influência da protensão.

No método proposto por Kinnunem e Nylander (apresentado no livro Construções de Concreto, Vol. 2.- F. Leonhardt e E. Mönnig [13]) é feito o equilíbrio dos esforços atuantes nos elementos formados pelas fissuras radiais e tangenciais. É também considerada a armadura passiva.

O objetivo principal deste trabalho é apresentar os resultados obtidos nos ensaios até a ruptura de 3 (três) lajes protendidas com pilares interiores, sem armadura transversal.

As lajes ensaiadas foram dimensionadas de modo que a ruptura por flexão não ocorresse, garantindo assim a ruptura

por funcionamento.

Nas lajes ensaiadas foi variada a tensão de protensão com o objetivo de estudar a influência deste parâmetro no funcionamento. Devido ao fato das lajes terem sido ensaiadas em idades diferentes, obteve-se diferente resistência à compressão do concreto para as três lajes. A laje L1 se apoiava em um pilar de 150 mm de lado. No entanto, para tornar mais coerentes com os pilares usados na prática, os pilares que apoiavam as lajes L2 e L3 tinham lado igual a 200 mm.

Ainda, neste trabalho, foram apresentadas as curvas carga-flecha e carga-deformação e os modos de ruptura das três lajes. Foi feita, também, a comparação dos resultados experimentais com os resultados teóricos obtidos com a utilização dos diversos métodos de cálculo.

CAPÍTULO II

PUNÇIONAMENTO DE LAJE PROTENDIDA COM PILAR INTERIOR E SEM ARMADURA TRANSVERSAL - PARTE TEÓRICA

2.1 - INTRODUÇÃO

O problema do punçionamento em lajes armadas em duas direções é análogo ao problema do cortante em vigas.

No caso de punçionamento em lajes sem armadura transversal (estribos, armadura inclinada) a ruptura por cortante é brusca e ocorre para uma carga inferior àquela que provocaria a ruptura por flexão.

Nas lajes de concreto protendido, quando existe um grande número de cordoalhas localizadas sobre os pilares, a ruptura por punçionamento é mais brusca do que para lajes de concreto armado, devido ao fato da ruptura não ser precedida do aviso das fissuras de flexão.

O dimensionamento ao punçionamento é, em geral, feito considerando uma superfície cilíndrica de controle ao redor do pilar a uma distância igual a metade da altura útil da laje. A tensão cisalhante média na superfície de controle não deve exceder a resistência à tração do concreto.

Este método de dimensionamento é questionado pois supõe-se que a ruptura de punção é uma ruptura por deslizamento, por duas razões:

1. A superfície de ruptura, ao menos na região próxima do pilar, tem a mesma característica de ruptura por deslizamento observada em ensaios de compressão simples.
2. O deslocamento relativo ao longo da superfície não é perpendicular à superfície como ocorre na ruptura por tração.

Em geral, os métodos de projeto e normas limitam a tensão cisalhante nominal, τ_u , na seção crítica, a um valor admissível determinado através de ensaios.

A carga de ruptura por punção, P_u , pode ser calculada em função dos seguintes parâmetros:

$$P_u = P_u (f_{cc}, a, b, d) \quad (2.1)$$

O projetista tem, então, as seguintes quatro opções para atender às limitações impostas à tensão cisalhante:

1. Aumentar a resistência do concreto

Na prática, a resistência do concreto usada em lajes, varia entre 21 MP_a e 28 MP_a. Usar resistência à compres

são acima deste intervalo aumentará a resistência ao puncionamento em apenas 15% aproximadamente ¹¹. Consequentemente deve-se escolher outros meios para atender a essa limitação.

2. Aumentar as dimensões do pilar

A carga de ruptura por puncionamento varia linearmente com as dimensões do pilar. Consequentemente o aumento das dimensões do pilar proporciona um aumento significativo desta carga.

3. Aumentar a espessura da laje

A carga de puncionamento varia com o quadrado da altura útil da laje. Portanto, a espessura da laje é um parâmetro que tem uma influência importante na carga de ruptura. No entanto, deve-se notar que, aumentando a espessura da laje aumenta também o peso próprio e em consequência aumenta-se a carga no pilar.

- Esquema de Ensaio

De acordo com a teoria da elasticidade para placas finas, o momento fletor na direção radial praticamente se anula a uma distância igual a 0.22ℓ do centro do pilar, em um sistema de lajes quadradas com vão ℓ e pilares com pequenos diâmetros.

O esquema adotado geralmente nos ensaios é o apresentado na Figura 2.1, onde se considera um trecho de laje em torno do pilar com lado igual a 0.44ℓ .

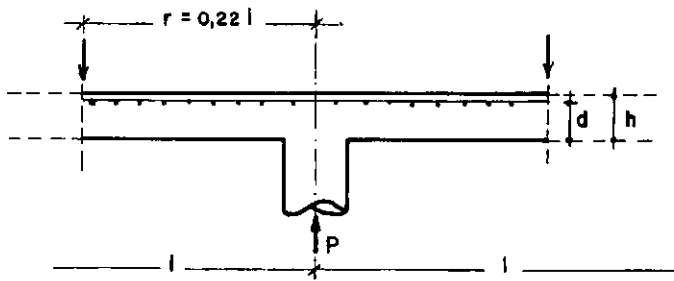


Fig. 2.1 - Esquema adotado em ensaios

2.2 - MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

2.2.1 - Marti, Ritz e Thürlimann ^[16], ^[18]

Considera-se uma laje circular de concreto armado, apoiada nos bordos e carregada por um pilar circular central. A laje é armada de modo que não ocorra ruptura por flexão. O mecanismo de ruptura adotado é o apresentado na Figura 2.2.

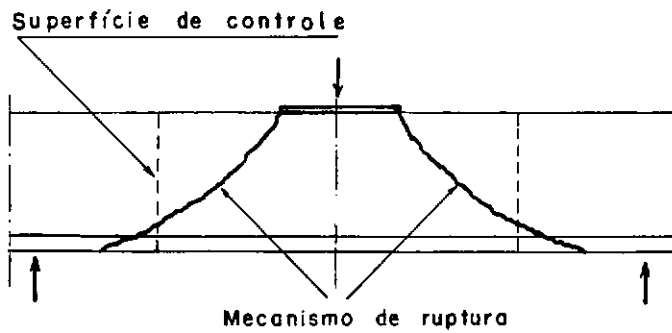


Fig. 2.2 - Mecanismo de ruptura adotado por Marti et al ^[16]

No cálculo, de acordo com a teoria da plasticidade, adotou-se um mecanismo de corpo rígido para a ruptura por punção da laje com pilares interiores, como se vê na Figura 2.3.

A carga de ruptura por punção pode ser obtida por:

$$\frac{P_u}{\pi \cdot \xi \cdot d^2 \cdot f_c^*} = \frac{\sqrt{\xi}}{2} + \frac{1-\xi}{4 \cdot \epsilon} \quad (2.2)$$

onde:

P_u - carga de ruptura por punção

ξ - relação entre a resistência à tração e a resistência à compressão do concreto

d - altura útil da laje

$f_c^* = v \cdot f_{cc}$ - resistência à compressão efetiva do concreto sendo

$$v = \frac{4.22}{\sqrt{f_{cc}}} (f_{cc} \text{ em MPa}) \quad (2.3)$$

ϵ - relação entre o diâmetro do pilar e a altura útil da laje.

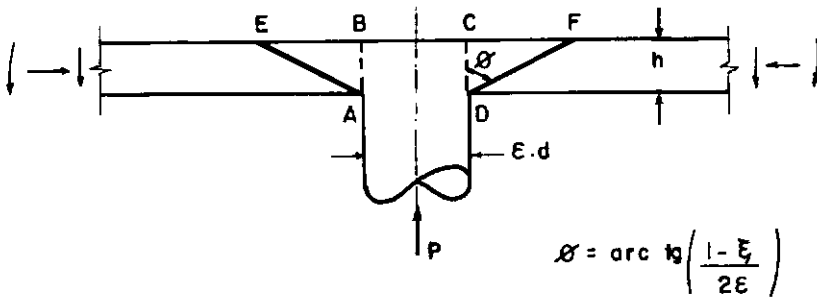


Fig. 2.3 - Mecanismo de corpo rígido para pilares interiores (Marti et al ¹⁶)

Nesse método de dimensionamento, para o cálculo da carga de ruptura, foram adotadas as seguintes hipóteses:

1. A armadura longitudinal não contribue para a resistência ao puncionamento
2. Geralmente quando se faz o cálculo de acordo com a teoria da plasticidade, despreza-se a resistência à tração do concreto. No entanto ao se desprezar a resistência à tração os resultados não estão de acordo com os obtidos experimentalmente.

Sendo assim foram feitos ensaios para se obter o valor da resistência à tração usada neste cálculo. Braestrup et al ^[17] diz que a resistência à tração $f_{ct} = f_{cc}/400$ apresenta resultados realísticos.

2.2.2 - "Code - Modèle" do CEB-FIP/1978 ^[8], ^[17]

As recomendações do CEB-FIP/1978 consideram uma carga concentrada no interior de uma laje de concreto armado sem armadura transversal. A laje é armada em cada direção de modo que não ocorra ruptura por flexão.

Na ruptura por punção a parte central da laje, limitada pela superfície de ruptura (esquematisada na Figura 2.4) é deslocada para baixo em relação à outra parte da laje.

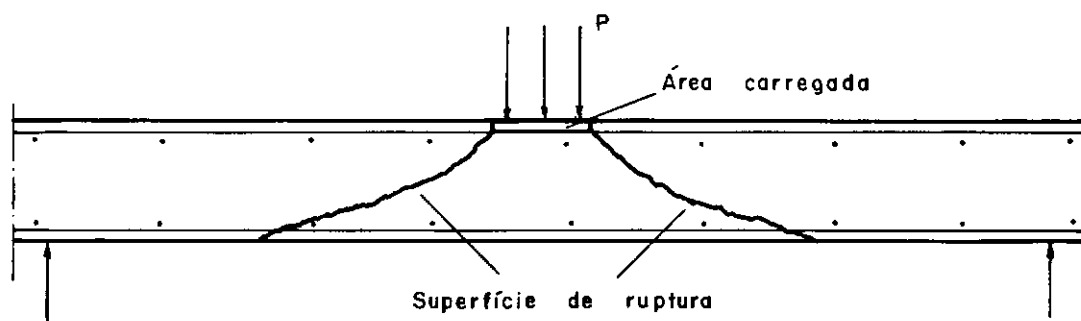


Fig. 2.4 - Mecanismo de ruptura adotado pelo CEB-FIP/1978

Nas especificações do CEB-FIP/1978 para o cálculo da carga de funcionamento existe as seguintes limitações:

1) Quanto à forma da área carregada

(a) Circulares e de diâmetro menor ou igual a $3.5 d$

(b) Retangulares, e de perímetro menor ou igual a $11 d$ com uma relação entre comprimento e largura menor ou igual a 2.

(c) Em qualquer outra forma, as dimensões limites são fixadas por analogia às apresentadas em (a) e (b).

2) Áreas carregadas não situadas nas vizinhanças de outras forças concentradas nem em zonas de esforços cortantes importantes de outras origens.

O esforço cortante atuante por unidade de comprimento do contorno da seção crítica é:

$$v_u = \frac{V}{\mu_p} \quad (2.4)$$

onde:

V_u - esforço cortante atuante no comprimento do perímetro crítico

μ_p - perímetro crítico de cisalhamento

Exemplos de perímetros críticos definidos pelo CEB-FIP/78 são dados na Figura 2.5.

O esforço cortante por unidade de comprimento deve ser limitado por:

$$V_{Rd} = 1.6 \tau_{Rd} K(1 + 50 \rho_\ell) d \quad (2.5)$$

onde:

τ_{Rd} - segundo a tabela 2.1

$K = 1,6 \div d \leq 1,0$ (d em metros)

$$\rho_\ell = \sqrt{\rho_{\ell x} \cdot \rho_{\ell y}} \leq 0,008$$

ρ_ℓ e ρ_ℓ - taxa geométrica de armadura nas direções x e y

$$d = \frac{1}{2} (d_x + d_y)$$

d_x e d_y - alturas úteis para as direções x e y.

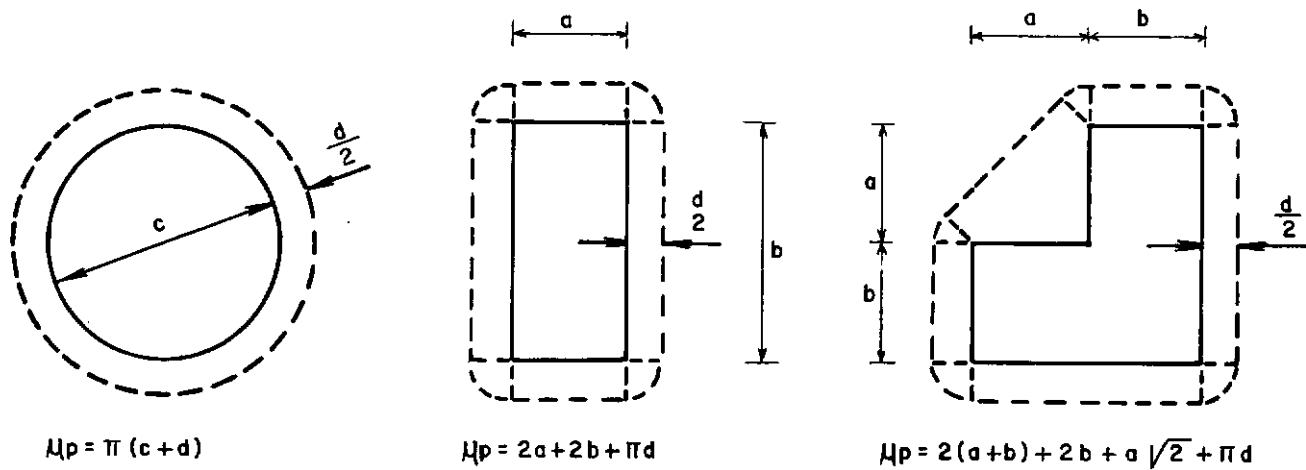
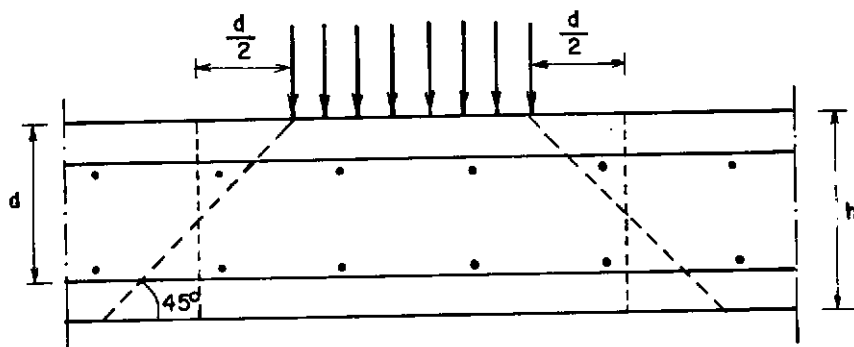


Fig. 2.5 - Perímetros críticos adotados pelo CEB-FIP/1978

TABELA 2.1 - Valores de τ_{Rd} em MPa

f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50
τ_{Rd}	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,38	0,42	0,46	0,50

onde:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} \text{ (com } \gamma_c = 1,5)$$

2.3 - NORMA DO ACI |²| |³| |⁴| e |¹¹|

Para calcular a carga de ruptura por puncionamen_ to a norma do ACI 1977 recomenda calcular a tensão cisalhante ũltima atravēs da equaēāo abaixo:

$$\tau_u = \frac{P_u}{\phi \cdot \mu_p \cdot d} \quad (2.6)$$

onde:

τ_u - tensāo cisalhante na ruptura

P_u . carga de ruptura por puncionamento

$\phi = 0.85$ - coeficiente de reduēāo da seēāo de concreto

μ_p - perĩmetro crĩtico de cisalhamento

d - maior entre os valores da altura ũtil e $0,8 h$.

O perĩmetro crĩtico, segundo a norma do ACI, ē definido a uma distāncia $d/2$ da face do pilar, como mostra a Figura 2.6.

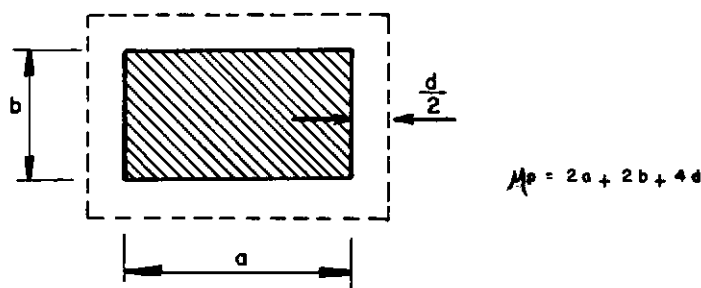


Fig. 2.6 - Perĩmetro crĩtico considerado pelo ACI

O ACI-1977 recomenda que a tensão cisalhante admissível na superfície de controle de lajes de concreto armado e protendido, para pilares cuja relação entre os lados $\bar{e} \leq 2$, seja:

$$\tau_d = 0,33 \sqrt{f_{cc}} \quad (f_{cc} \text{ em MPa}) \quad (2.7)$$

$$|\tau_d| = 4 \sqrt{f_{cc}} \quad (f_{cc} \text{ em psi})$$

onde:

τ_d - tensão cisalhante de cálculo

f_{cc} - resistência à compressão do concreto

O Comitê ACI-ASCE 423 [4] verificou que esta limitação da tensão τ_d é muito rigorosa para lajes em concreto protendido. Uma nova limitação, para lajes em concreto protendido, é, então, dada pela expressão:

$$\tau_d = 0,29 \sqrt{f_{cc}} + 0,3 f_{pc} + \frac{v_p}{b_w \cdot d}$$

(f_{cc} e f_{pc} em MPa, v_p em N, b_w e d em mm)

$$\left| \tau_d = 3,5 \sqrt{f_{cc}} + 0,3 f_{pc} + \frac{v_p}{b_w \times d} \right| \quad (2.8)$$

(f_{cc} e f_{pc} em psi, v_p em lb, b_w e d em pol)

onde:

τ_d - tensão cisalhante de cálculo

f_{cc} - resistência à compressão do concreto

f_{pc} - menor das tensões médias de compressão nas duas direções da laje

v_p - componente vertical da força de protensão

b_w - largura de cálculo

d - maior entre os valores da altura útil e $0,8 h$

- Limitações da equação (2.8)

- 1) f_{pc} deve ser menor ou igual a 3,5 MPa devido ao limitado número de ensaios para valores da tensão $f_{pc} > 3,5$ MPa.
- 2) O valor de f_{cc} usado nessa equação não deve exceder 35 MPa até que a aplicabilidade dessa equação para altas resistências à compressão do concreto seja demonstrado através de pesquisa.

Para lajes protendidas com pequenas espessuras, a componente vertical v_p da força de protensão é muito pequena, sendo aconselhável desprezar, na equação (2.8), a parcela $v_p/b_w \cdot d$.

2.2.4 - Recomendações da STUP ²⁰

Nas recomendações da STUP para verificação da resistência ao puncionamento é considerado a ação favorável da protensão.

As regras, que seguem, são aplicáveis quando as seguintes condições são atendidas:

- 1 - Pilar redondo ou retangular com $b \leq a \leq 3b$
- 2 - Vão máximo e mínimo da laje ao redor do pilar não diferindo de mais de 30%
- 3 - Ausência de abertura nas proximidades do pilar.

O cálculo ao puncionamento, utilizando-se as recomendações da STUP, é efetuado em duas etapas:

- 1 - Cálculo da tensão cisalhante última

A tensão cisalhante na ruptura é dada pela fórmula:

$$\tau_u = \frac{P_u}{0,85 \mu_p \cdot d} \quad (2.9)$$

onde:

τ_u - tensão cisalhante na ruptura

P_u - carga de ruptura por puncionamento

0,85 - coeficiente de comportamento

μ_p - perímetro crítico de cisalhamento

d - maior entre os valores da altura útil e 0,8 h

O perímetro crítico de cisalhamento é calculado como mostra a Figura 2.6.

2 - Verificação da seção

Sendo:

$$\bar{\tau}_1 = 0,51 \sqrt{f_{cc}} \quad (f_{cc} \text{ em MPa}) \quad (2.10)$$

$$|\bar{\tau}_1 = 1,6 \sqrt{f_{cc}} \quad (f_{cc} \text{ em } \text{kgf}/\text{cm}^2)|$$

e

$$\bar{\tau}_2 = 0,28 \sqrt{f_{cc}} + 0,3 f_{pc} \quad (f_{cc} \text{ e } f_{pc} \text{ em MPa}) \quad (2.11)$$

$$\left| \bar{\tau}_2 = 0,9 \sqrt{f_{cc}} + 0,3 f_{pc} \right| \quad (f_{cc} \text{ e } f_{pc} \text{ em } \text{kgf}/\text{cm}^2)$$

onde:

f_{cc} - resistência à compressão do concreto

f_{pc} - menor das tensões médias de compressão nas duas direções da laje

O dimensionamento ou verificação ao puncionamento, é feito através da tensão cisalhante τ_u , atendendo as seguintes condições:

- 1) Se $\tau_u > \bar{\tau}_1$, a seção é insuficiente em concreto, mesmo com armaduras transversais, sendo necessário aumentar a espessura da laje ou as dimensões dos pilares.
- 2) Se $\tau_u < \bar{\tau}_2$, a seção é suficiente em concreto e armaduras passivas transversais não são necessárias.
- 3) Caso $\bar{\tau}_2 \leq \tau_u \leq \bar{\tau}_1$ a seção é suficiente em concreto e as armaduras passivas transversais ou perfis incorporados são necessários.

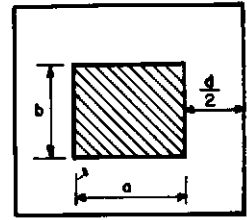
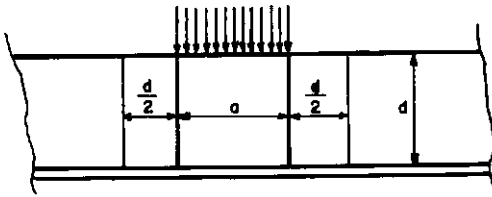
2.2.5 - Norma Brasileira NB-1/78 [1]

No caso de puncionamento supõe-se que a carga produza tensão tangencial uniformemente distribuída na área $\mu_p.d$.

Onde:

d - altura útil da laje ao longo do contorno do pilar

μ_p - perímetro crítico de cisalhamento distante $d/2$ da face do pilar.



$$\mu_p = 2a + 2b + 4d$$

Fig. 2.7 - Perímetro crítico segundo a NB-1/78

A tensão cisalhante na ruptura é calculada por:

$$\tau_u = \frac{P_u}{\mu_p \cdot d} \quad (2.12)$$

onde:

τ_u - tensão cisalhante na ruptura

P_u - carga de ruptura por puncionamento

A tensão τ_u é limitada por:

$$\tau_d = \frac{0,31 \sqrt{f_{cc}}}{\gamma_c} (f_{cc} \text{ em MPa}) \quad (2.13)$$

onde:

τ_d - tensão cisalhante de cálculo

f_{cc} - resistência à compressão do concreto

γ_c - coeficiente de minoração da resistência do concreto

2.2.6 - F. Leonhardt - E. Mönning ^[13]

Os ensaios mostram que as fissuras radiais surgem antes das fissuras circulares. Para elevados estágios de carga estas fissuras circulares começam a se desenvolver a partir da mais externa formando a superfície de ruptura por cisalhamento. Surge, então, uma zona comprimida na flexão, ao redor do pilar, em forma de casca cônica, onde as tensões nas três direções são σ_r , σ_t e τ .

No método de cálculo de Kinnunen e Nylander ^[12] a laje circular foi decomposta em setores circulares formados pelas fissuras radiais e pelas fissuras circulares (figura 2.8). Esses setores se apoiam no topo do pilar e estão solicitados pelos esforços mostrados na figura 2.8.

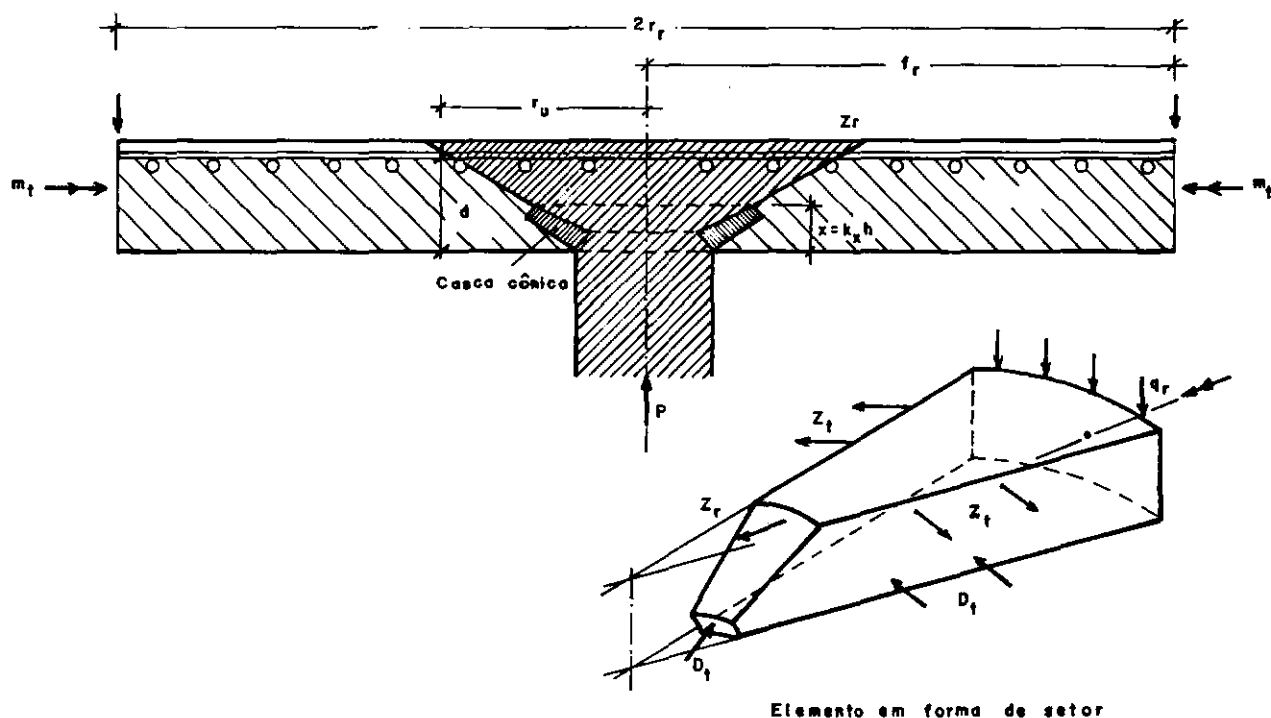


Fig. 2.8 - Indicação dos esforços atuantes próximo da ruptura, no elemento em forma de setor .

O setor é tratado como rígido na direção radial, isto é, não se considera nenhuma fissura circular além das fissuras de cisalhamento.

- Carga de punção de acordo com Kinnunen e Nylander ¹³ (sem armadura transversal)

Fazendo o equilíbrio do elemento em forma de setor da Figura 2.8 e com as condições de geometria foi deduzida a expressão para a carga de puncionamento.

Estimando-se, inicialmente, uma altura da zona comprimida $x = K_x \cdot d$ quando ocorre a ruptura do concreto, tem-se:

$$P_{u,1} = 1,1 \pi \cdot \epsilon \cdot d^2 \cdot K_x \cdot \frac{1 + \frac{2}{\epsilon} K_x}{1 + \frac{1}{\epsilon} K_x} \cdot \sigma_k \cdot f(\alpha) \quad (2.14)$$

onde:

1,1 - coeficiente de correção para armadura em duas direções que tem a finalidade de permitir uma adaptação aos resultados de ensaios

$\epsilon = \frac{2r_s}{d}$ - relação entre o diâmetro do pilar e o valor médio da altura útil da laje

d - altura útil da laje

σ_k - tensão crítica de compressão no concreto no início da solicitação de punção

Para $\beta_w \geq 150 \text{ kgf/cm}^2$, tem-se que:

1) Se $\epsilon < 2$

$$\sigma_k = 825 \left(0.35 + 0,3 \frac{\beta_w}{150} \right) (1 - 0.22 \epsilon) \quad (2.15)$$

2) Se $\epsilon \geq 2$

$$\sigma_k = 460 \left(0,35 + 0,3 \frac{\beta_w}{150} \right) \quad (2.16)$$

onde:

β_w - resistência à compressão cúbica do concreto

O valor de $f(\alpha)$ pode ser determinado pelo gráfico da Figura 2.9.

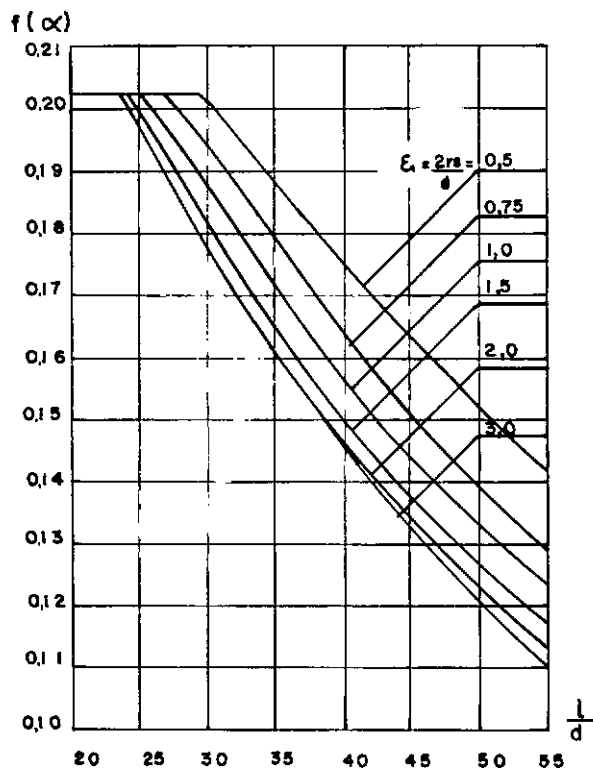


Fig. 2.9 - Representação gráfica da função $f(\alpha)$ [13]

Foi deduzida outra expressão para P_u que considera a influência da taxa de armadura. Nesta expressão foi considerada a largura $2r_f$ da zona na qual a armadura entra em escoamento. Esse valor pode ser menor, igual ou maior que r_u , e depende do ângulo de inclinação ψ do elemento do setor deformado fora do cone de ruptura.

Na situação imediatamente anterior à ruptura

$$r_f = d \frac{E_s}{f_y} \psi (1 - K_x) \quad (2.17)$$

onde:

E_s - módulo de elasticidade do aço

f_y - tensão de escoamento do aço

Para:

$$\epsilon < 2: \psi = 0,0035 \left(1 + \frac{\epsilon}{2K_x}\right) (1 - 0,22 \epsilon) \quad (2.18)$$

$$\epsilon \geq 2: \psi = 0,0019 \left(1 + \frac{\epsilon}{2K_x}\right) \quad (2.19)$$

Para armadura em duas direções, o raio do cone de punção é suposto igual a:

$$r_u = r_s + 1,8 d \text{ (corresponde a } \alpha \approx 30^\circ) \quad (2.20)$$

A carga de punção devido a ruptura do aço é:

Para $r_u \leq r_f \leq r_r$

$$P_{u,2} = 1,1.2\pi.\rho.f_y.d^2 \frac{r_f}{r_r-r_s} \left| 1 + \ln \left(\frac{r_r}{r_f} \right) \right| \left(1 - \frac{K_x}{3} \right) \quad (2.21)$$

para $r_f < r_u$:

$$P_{u,2} = 1,1.2\pi\rho.f_y.d^2 \frac{r_f}{r_r-r_s} \left| 1 + \ln \left(\frac{r_r}{r_u} \right) \right| \left(1 - \frac{K_x}{3} \right) \quad (2.22)$$

onde:

$$\rho = \frac{F_{ex}}{r_f.d} = \frac{F_{ey}}{r_f.d}$$

F_{ex} e F_{ey} - seções das armaduras, nas direções x e y, respectivamente, na região do círculo de raio r_f

Para um valor x adotado, a carga de punção P_u é obtida quando:

$$P_{u,1} = P_{u,2} = P_u \quad (2.23)$$

Por este modo de proceder, pode-se ver que o método é complicado. Na prática, adoção de gráficos e tabelas simplificam a aplicação do método.

CAPÍTULO III

PUNÇIONAMENTO DE LAJE PROTENDIDA COM PILAR INTERIOR E SEM ARMADURA TRANSVERSAL - PARTE EXPERIMENTAL

3.1 - ESQUEMA DE ENSAIO

Com o objetivo de estudar a influência da protensão no punçionamento de lajes protendidas com pilares interiores foram ensaiados três modelos designados por L1, L2 e L3.

O esquema de ensaio adotado é constituído de uma laje quadrada apoiando-se em um pilar quadrado central. Este esquema foi escolhido imaginando-se um painel de lajes protendidas quadradas de lado ℓ apoiadas em pilares. Isolou-se, então, uma laje cujo bordo dista $0,22 \ell$ do pilar central, onde segundo a teoria da elasticidade, os momentos radiais se anulam.

Os ensaios foram efetuados na placa de reação do Laboratório de Estruturas do Centro de Tecnologia da UFRJ.

As cargas nas lajes foram aplicadas em quatro pontos por meio de cilindros de carga, servo-controlados, com capacidade de 25 kN cada, conectados a uma bomba hidráulica de alta pressão e a um painel eletrônico de comando (MTS). Para melhor distribuição das cargas foi feita uma montagem com perfis e chapas metálicas com um metro de comprimento como mostra a Figura 3.1.

A Figura 3.2 contém o corte transversal da montagem do ensaio.

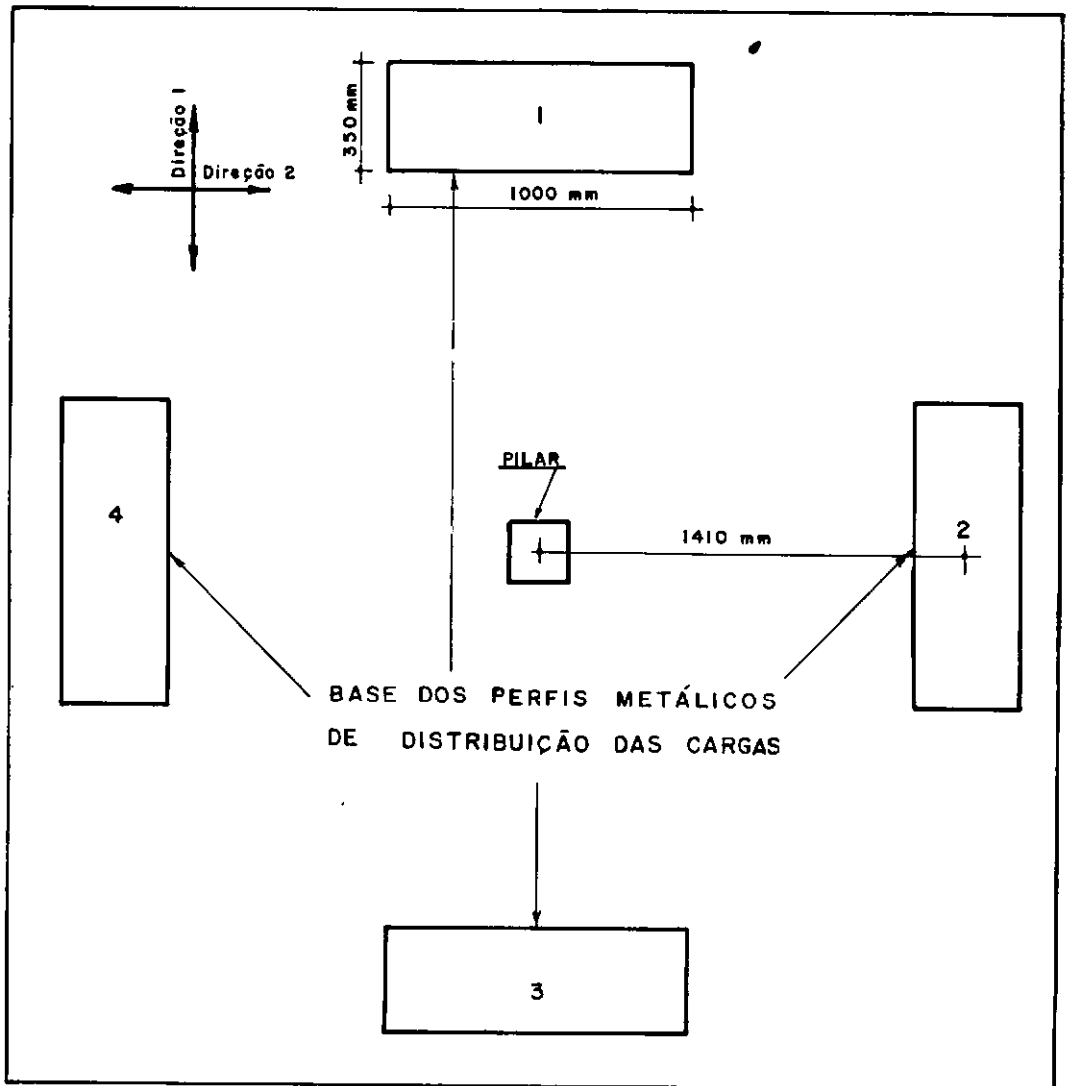


Fig. 3.1 - Vista superior mostrando a localização dos perfis e chapas metálicas

Para as lajes L1 e L2 foram aplicadas cargas iguais nas quatro células de carga. Para a laje L3 as cargas foram diferentes para as duas direções, simulando assim cargas

diferentes nos dois sentidos da laje, que é o caso mais comum na prática.

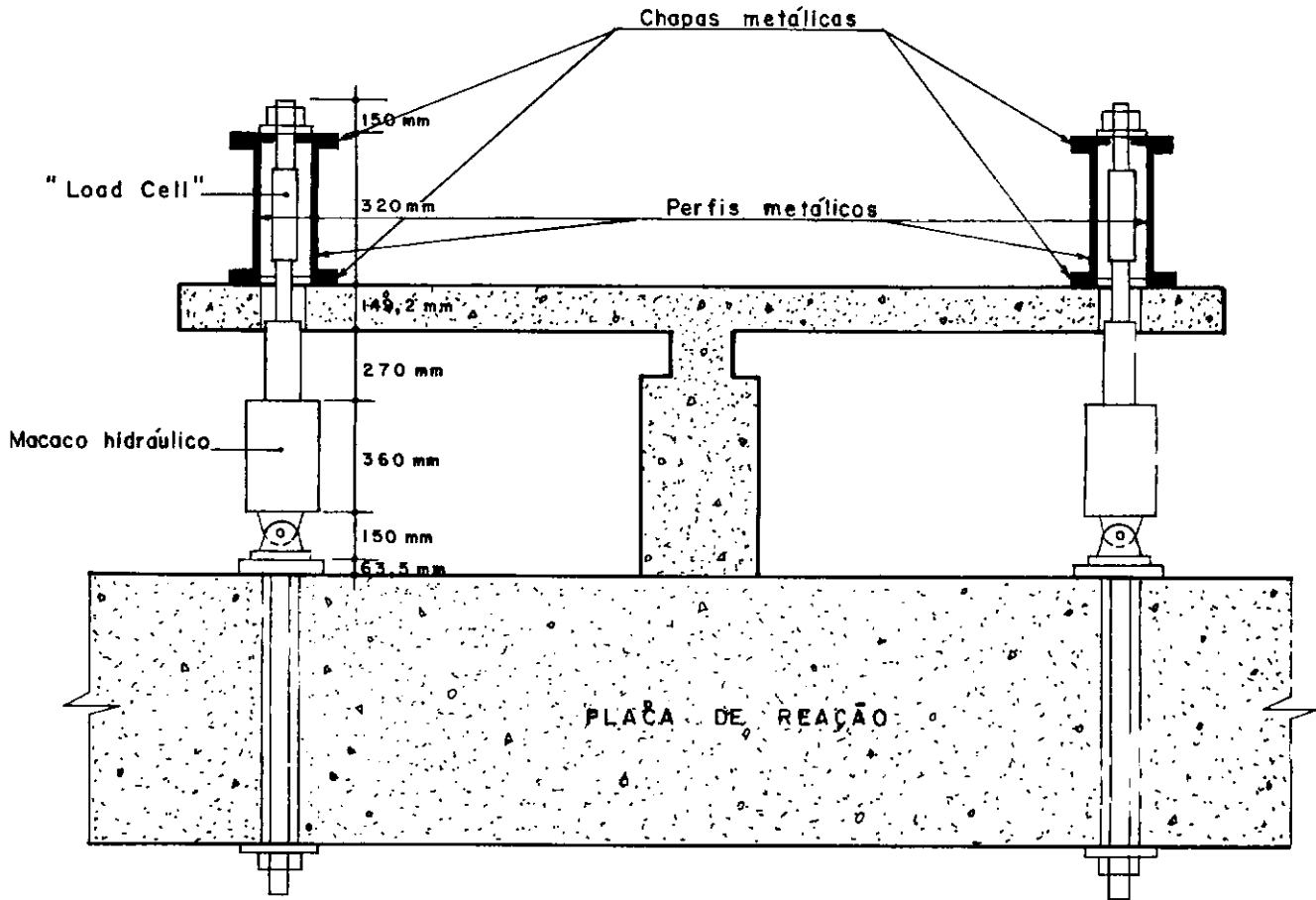
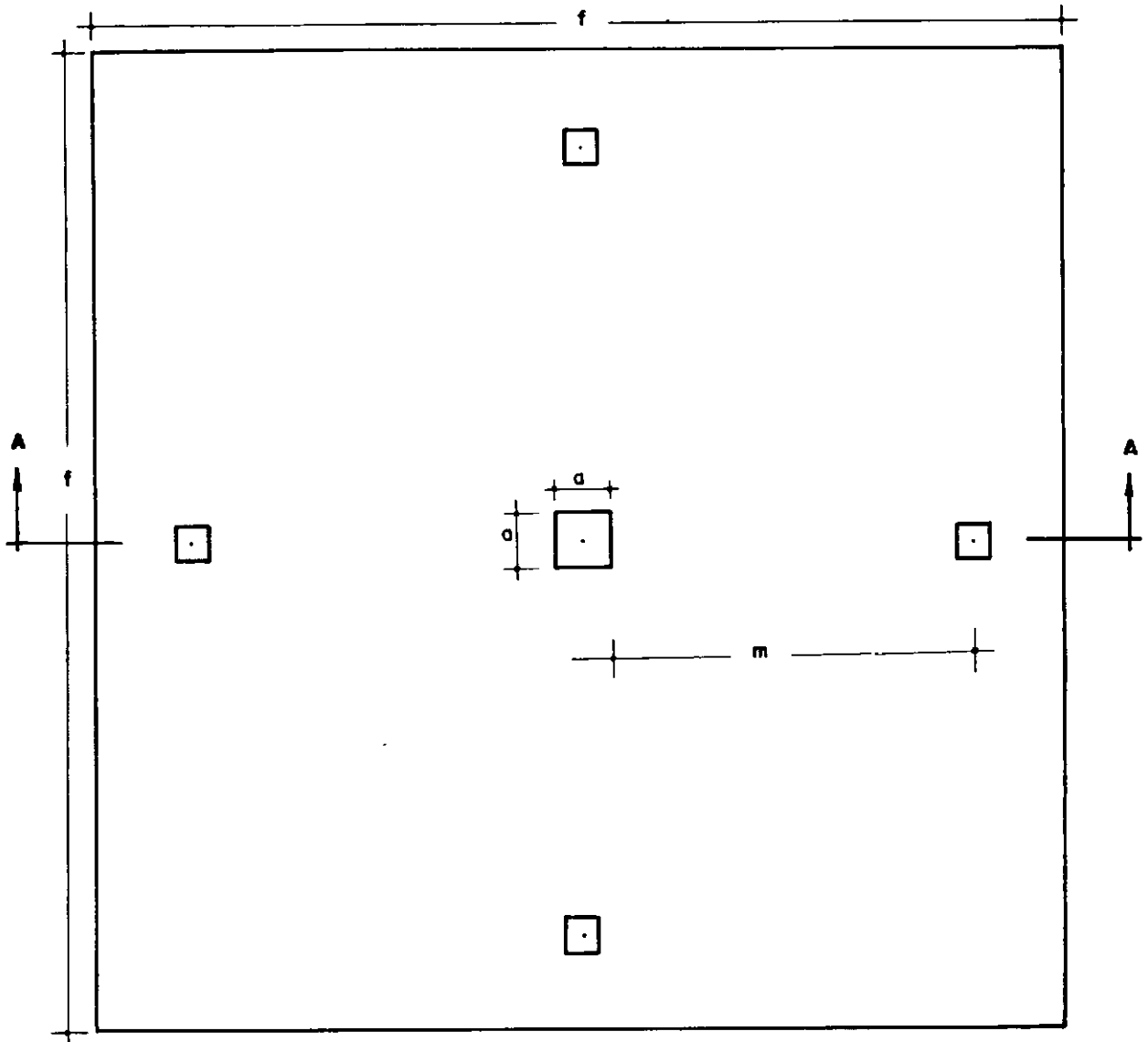


Fig. 3.2 - Corte mostrando a montagem

3.2 - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

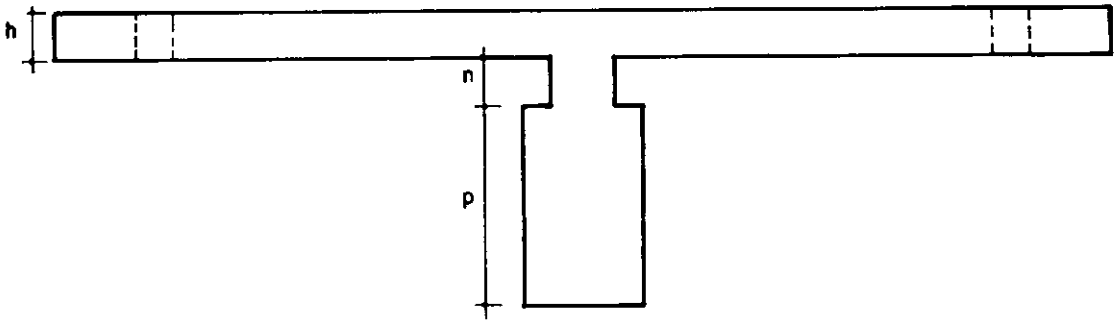
3.2.1 - Laje de Concreto

As Figuras 3.3 e 3.4 definem as características geométricas das lajes.



LAJES	f (mm)	a (mm)	m (mm)
L1	3500	150	1410
L2	3500	200	1410
L3	3500	200	1410

Fig. 3.3 - Vista superior mostrando as características geométricas das lajes.



LAJES	h (mm)	n (mm)	p (mm)
L1	150	200	600
L2	150	150	650
L3	150	150	650

Fig. 3.4 - Vista transversal mostrando as características geométricas das lajes

No esquema de ensaio utilizado a laje quadrada de 3500 mm de lado corresponde, na prática, a uma laje de 6410 mm de vão.

No pré-ensaio (laje L1) a carga ruptura por punção foi bem inferior à capacidade total (100 kN) das células de carga. Resolveu-se, então, nos ensaios seguintes (lajes L2 e L3) aumentar as dimensões dos pilares, passando a adotar pilares de lado igual a 200 mm, para torná-los mais coerentes com os usados na prática.

3.2.2 - Aço Protendido

Todas as lajes foram pôs-tensionadas em ambas as direções com 6 (seis) cabos, cada um composto por 2 (duas) cordoalhas de 1/2" como mostram as Figuras 3.5 e 3.6.

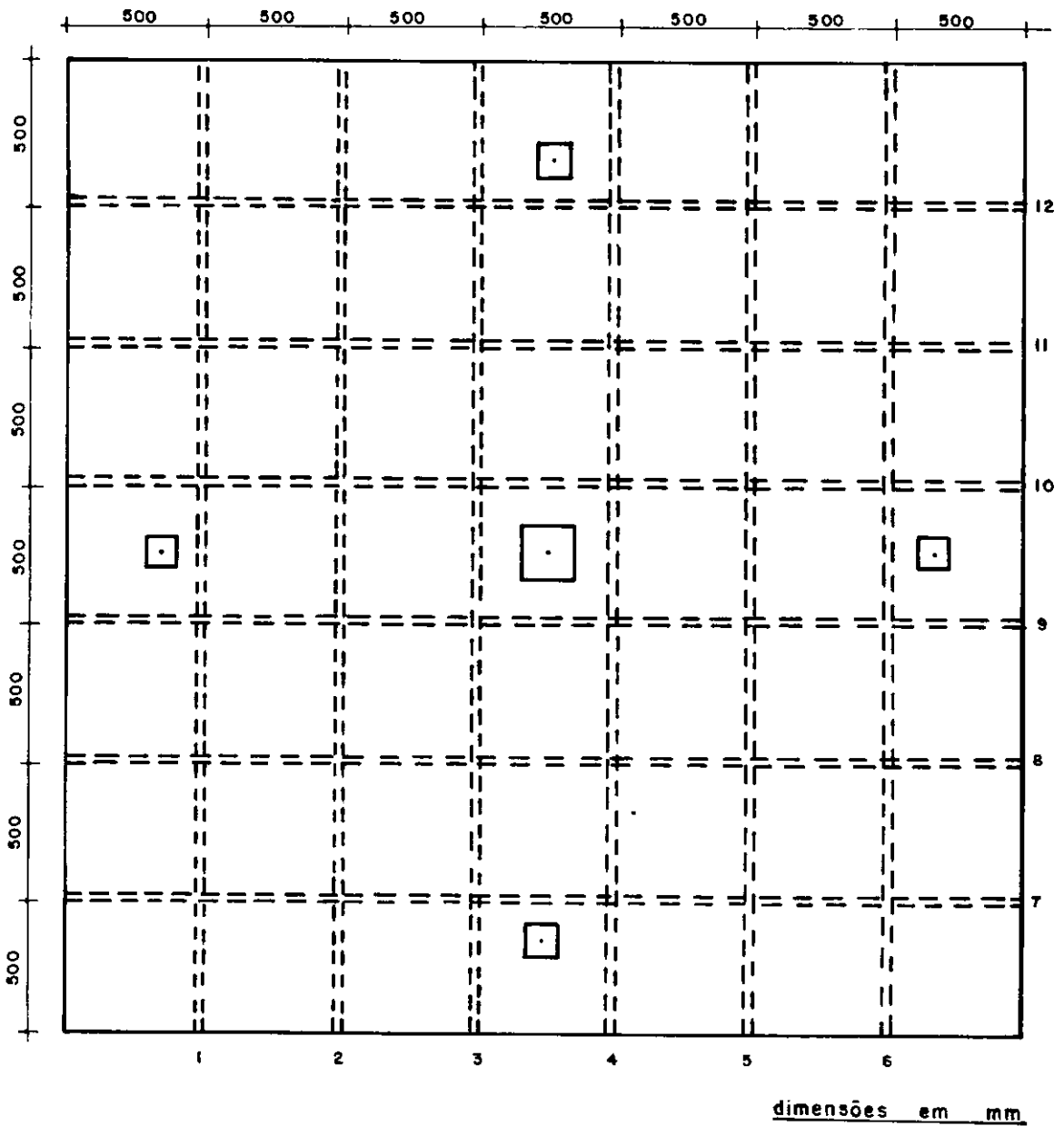


Fig. 3.5 - Vista superior da armadura de protensão

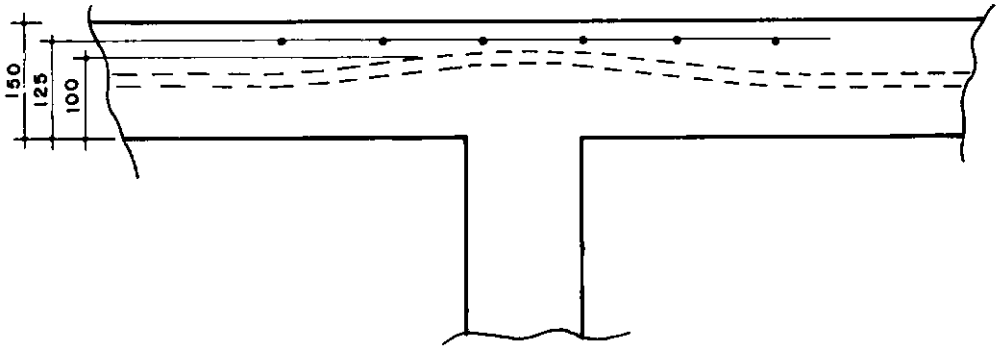


Fig. 3.6a - Laje L1

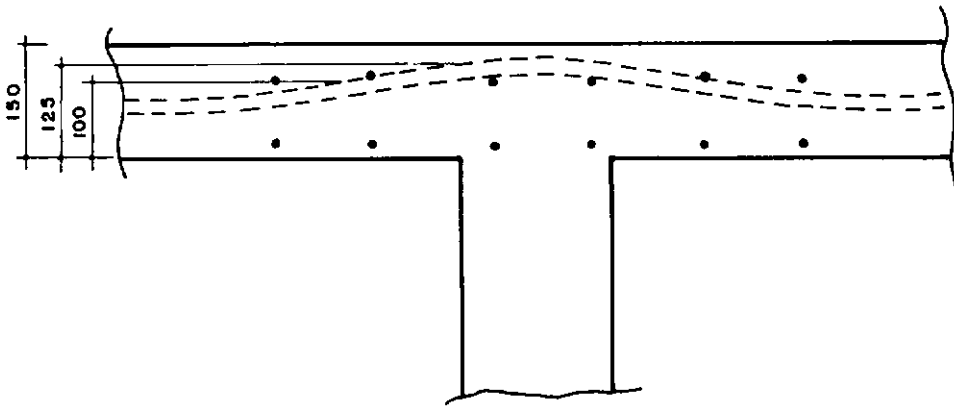


Fig. 3.6b - Lajes L2 e L3

Fig. 3.6 - Seção transversal da laje mostrando os cabos de pro-
tensão

3.2.3 - Armadura Passiva

Em todas as lajes foram colocadas no topo do pilar e nos bordos da lajes, as armaduras mínimas exigidas pelas recomendações da STUP, como mostra a Figura 3.7. Utilizou-se uma armadura com ϕ 1/2" e ϕ 1/4".

Segundo as recomendações da STUP, o comprimento dos aços da posição 1 (Figura 3.7), deve ser igual, para cada lado do pilar, a $\ell_{m\tilde{a}x}/6$. Na laje L1, esse comprimento foi calculado em relação ao lado do modelo ensaiado, enquanto que, para as lajes L2 e L3, ele foi calculado em relação ao v  o da laje correspondente ao modelo ensaiado, dando uma maior ancoragem a esses aços.

Os aços da posição 4 (Figura 3.7b) só foram colocados nas lajes L2 e L3. Isto se deve ao fato que nestas lajes, os cabos de protensão tinham excentricidades maiores no meio do vão, surgindo assim tensões de tração na parte inferior da laje.

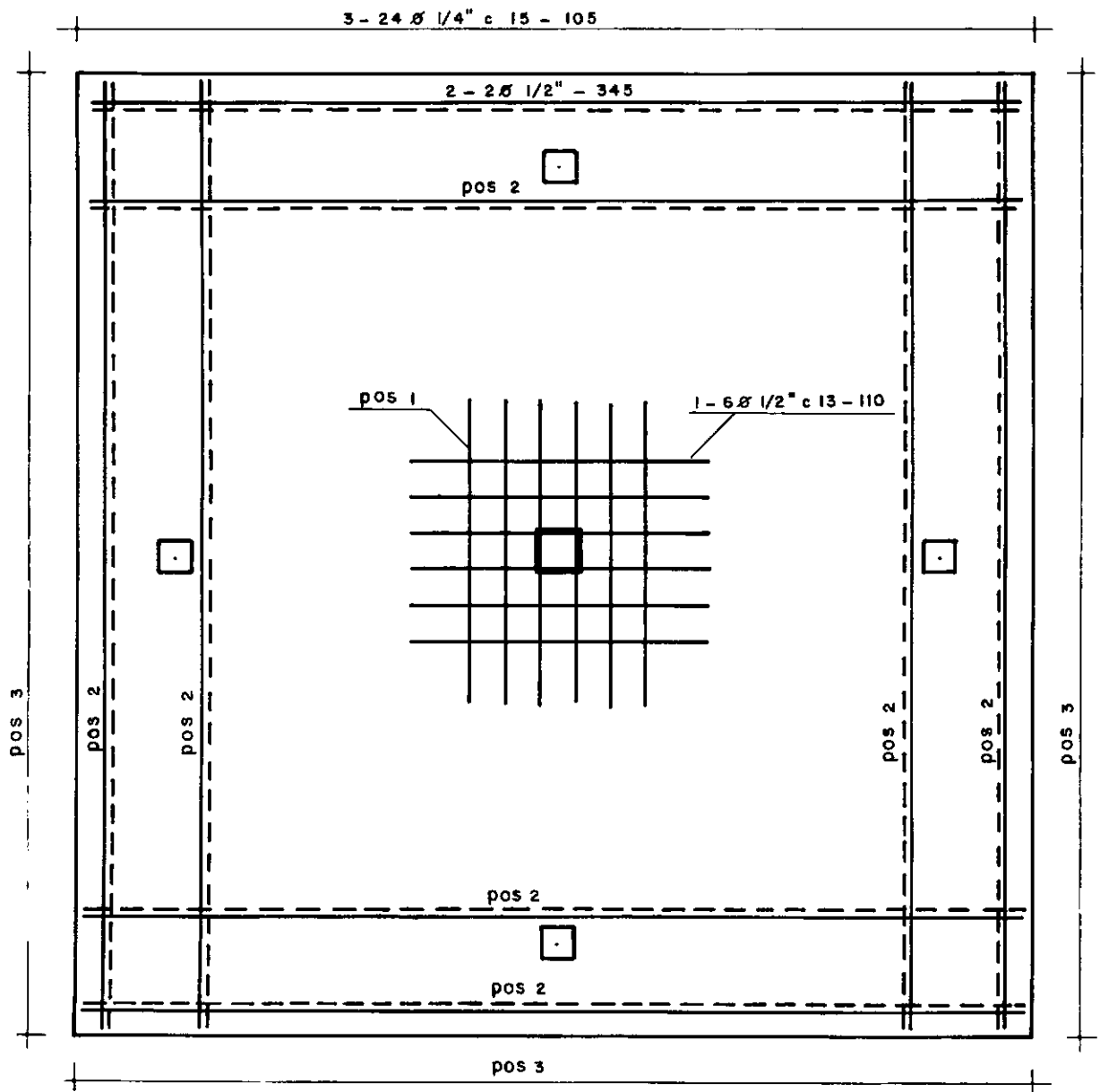


Fig. 3.7a - Laje L1

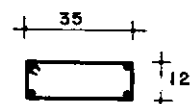
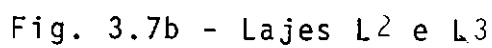


Fig. 3.7 - Aços passivos das lajes

3.3 - MATERIAIS

3.3.1 - Areia

Foi usada na confecção do concreto, areia grossa lavada e peneirada. Suas características, obtidas do ensaio granulométrico, foram:

Diâmetro Máximo : $D_{m\grave{a}x} = 4,8 \text{ mm}$

Módulo de fissura : $mF = 3,19$

3.3.2 - Agregado Graúdo

O agregado graúdo empregado foi a brita nº 1 e suas características foram:

Diâmetro máximo : $D_{m\grave{a}x} = 19,0 \text{ mm}$

Módulo de fissura : $mF = 6,9$

3.3.3 - Cimento

Utilizou-se no preparo do concreto o cimento tipo Portland, CP 320, marcas Alvorada e Tupi.

3.3.4 - Concreto

Foi utilizado um concreto dosado pelo método racional apresentando um consumo de cimento de 323 kg/m^3 , com fator água cimento de 0,65 e com traço em peso de:

1 : 2,01 : 3,72.

3.3.5 - Aço Ativo

Foi utilizado na armadura de protensão o aço RB 190.

3.3.6 - Aço Passivo

Foi utilizado na armadura passiva aço CA-50A e CA-50B.

3.4 - EXECUÇÃO

3.4.1 - Concretagem

A concretagem de cada laje foi realizada ininterruptamente durante 5 horas aproximadamente.

Obedeceu-se a seguinte ordem de lançamento dos materiais na betoneira: 10% de água, brita, areia, cimento e o restante de água (cada betonada com 150 ℓ).

O concreto apresentou boa trabalhabilidade para o vibrador de imersão. Durante a cura procurou-se manter a umidade da mistura.

A concretagem obedeceu a um controle rigoroso, com as amostras de concreto destinados à modelagem de corpos de prova retiradas de diversos pontos da laje.

Para cada laje concretada foram moldados 30 corpos de prova, vibrados com vibradores de imersão, capeados com pasta de cimento e, após 24 horas, retirados das formas e colocados em um tanque d'água, onde ficaram durante 7 dias.

Para cada laje, foram ensaiados quatro corpos de prova no dia da aplicação da primeira parte da protensão.

Aos 28 dias foram ensaiados oito corpos de prova à compressão com o intuito de avaliar a resistência do concreto para aplicação da segunda parte da protensão.

Os restantes dos corpos de prova foram rompidos no mesmo dia do ensaio da laje correspondente.

Em 5 dos 18 corpos de prova restantes foram obtidas as resistências à tração, determinados em ensaios à compressão diametral. Os outros 13 foram rompidos à compressão simples, sendo que foi traçado para 5 corpos de prova o diagrama tensão-deformação do concreto.

3.4.2 - Protensão

A protensão das lajes foram feitas em duas fases. Na primeira fase foi aplicada 50% da tensão de protensão prevista, a fim de se evitar as possíveis fissuras por retração do concreto. A segunda fase corresponde a aplicação da tensão total de protensão. O quadro 3.1 contém as idades do concreto das lajes quando da aplicação da protensão.

QUADRO 3.1 - Idades do concreto na aplicação da tensão de protensão

	IDADE DO CONCRETO (DIAS)	
	PARA $0,5 F_t$	PARA F_t
Laje L1	4	43
Laje L2	7	57
Laje L3	21	28

O quadro 3.2 apresenta as tensões teóricas a ser aplicada em cada laje.

QUADRO 3.2 - Tensões de protensão teóricas

	σ_{pi} (MPa)	
	DIREÇÃO 1	DIREÇÃO 2
Laje L1	1520,0	1520,0
Laje L2	1013,0	1013,0
Laje L3	1216,0	861,0

A protensão foi controlada a fim de que a tensão inicial calculada para cada laje fosse atingida.

Os alongamentos medidos durante a operação da protensão das lajes L1, L2 e L3 estão indicados na Figura 3.7.

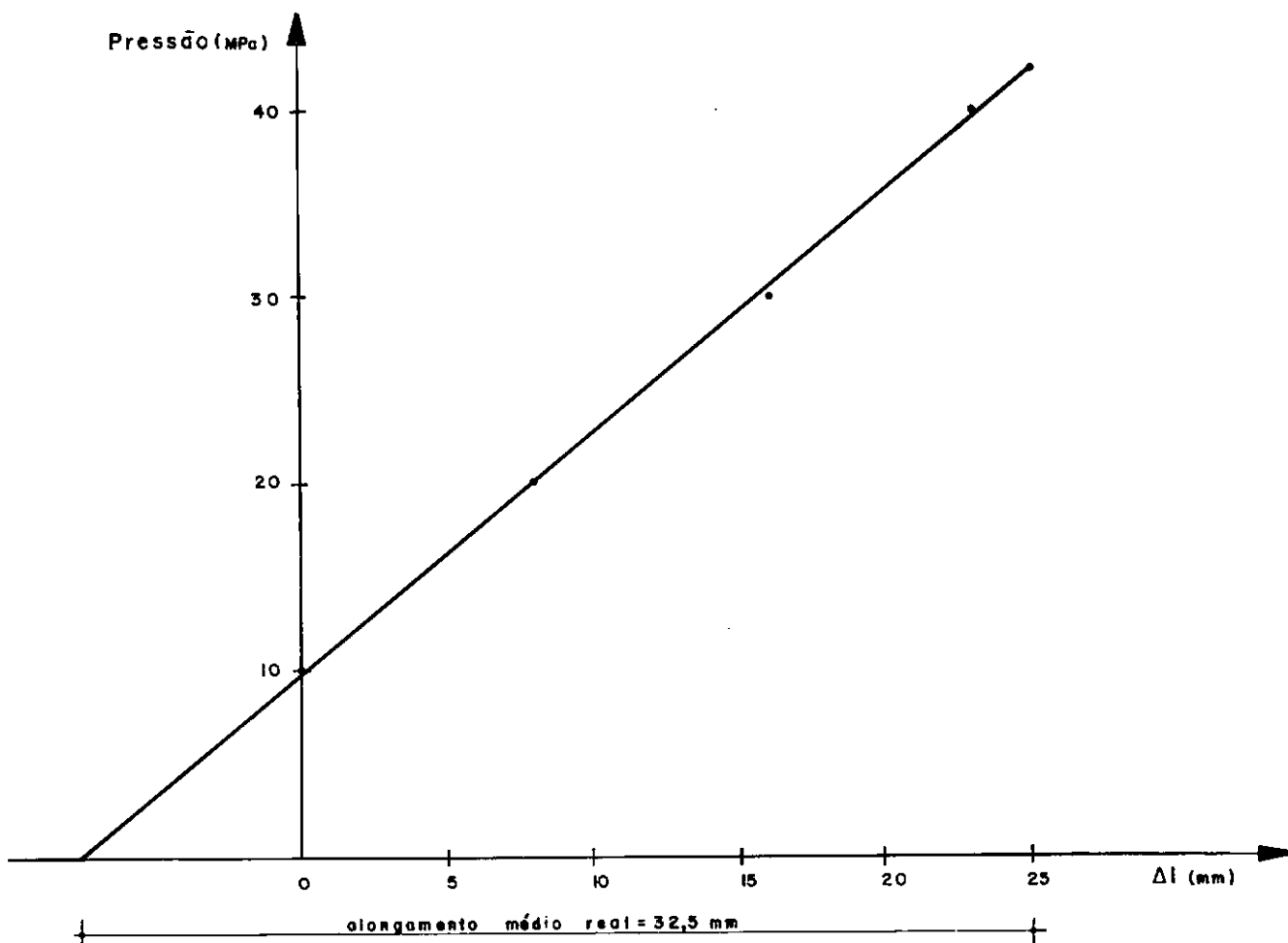


Fig. 3.7a - Laje L1 - direção 1

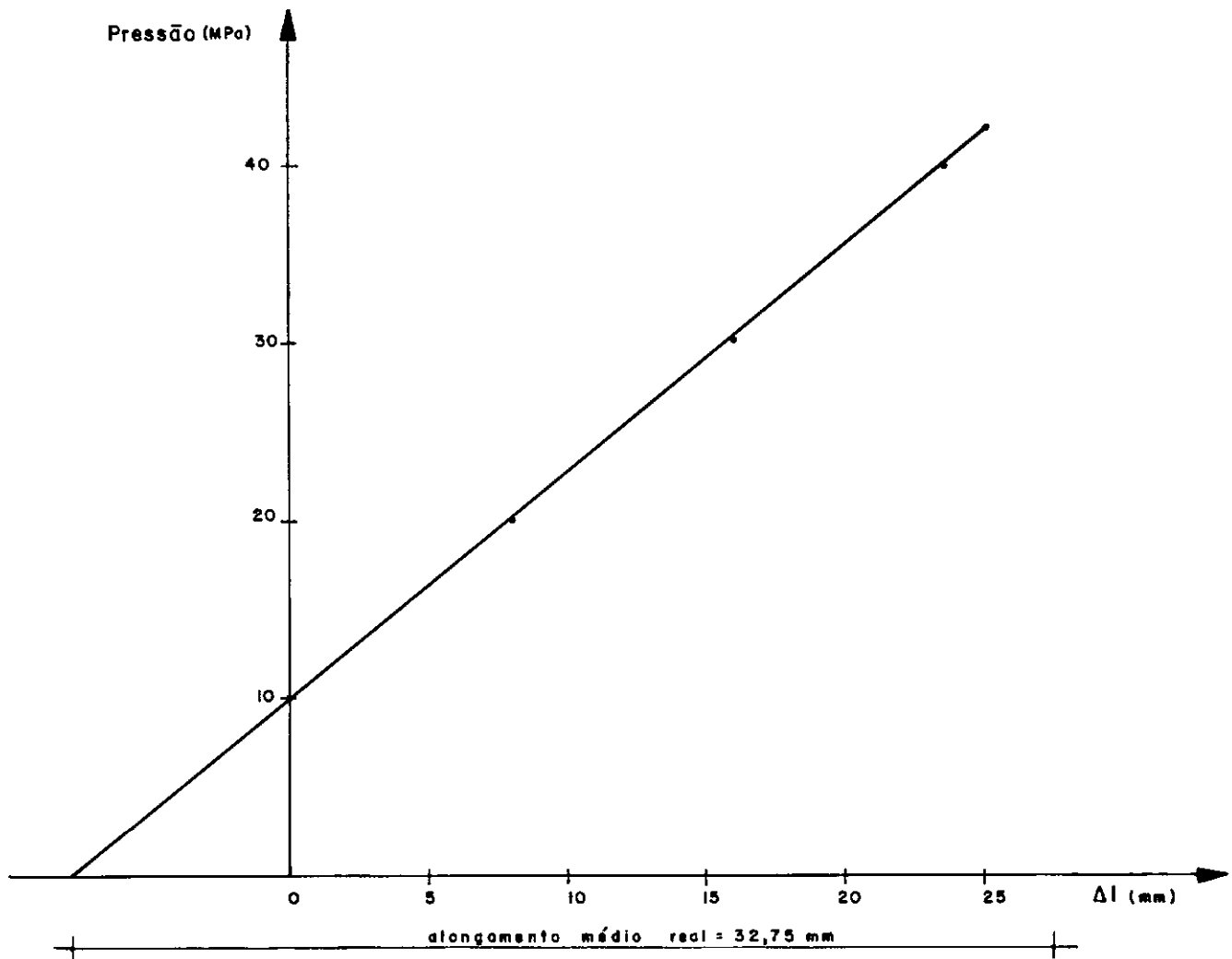


Fig. 3.7b - Laje L1 - Direção 2

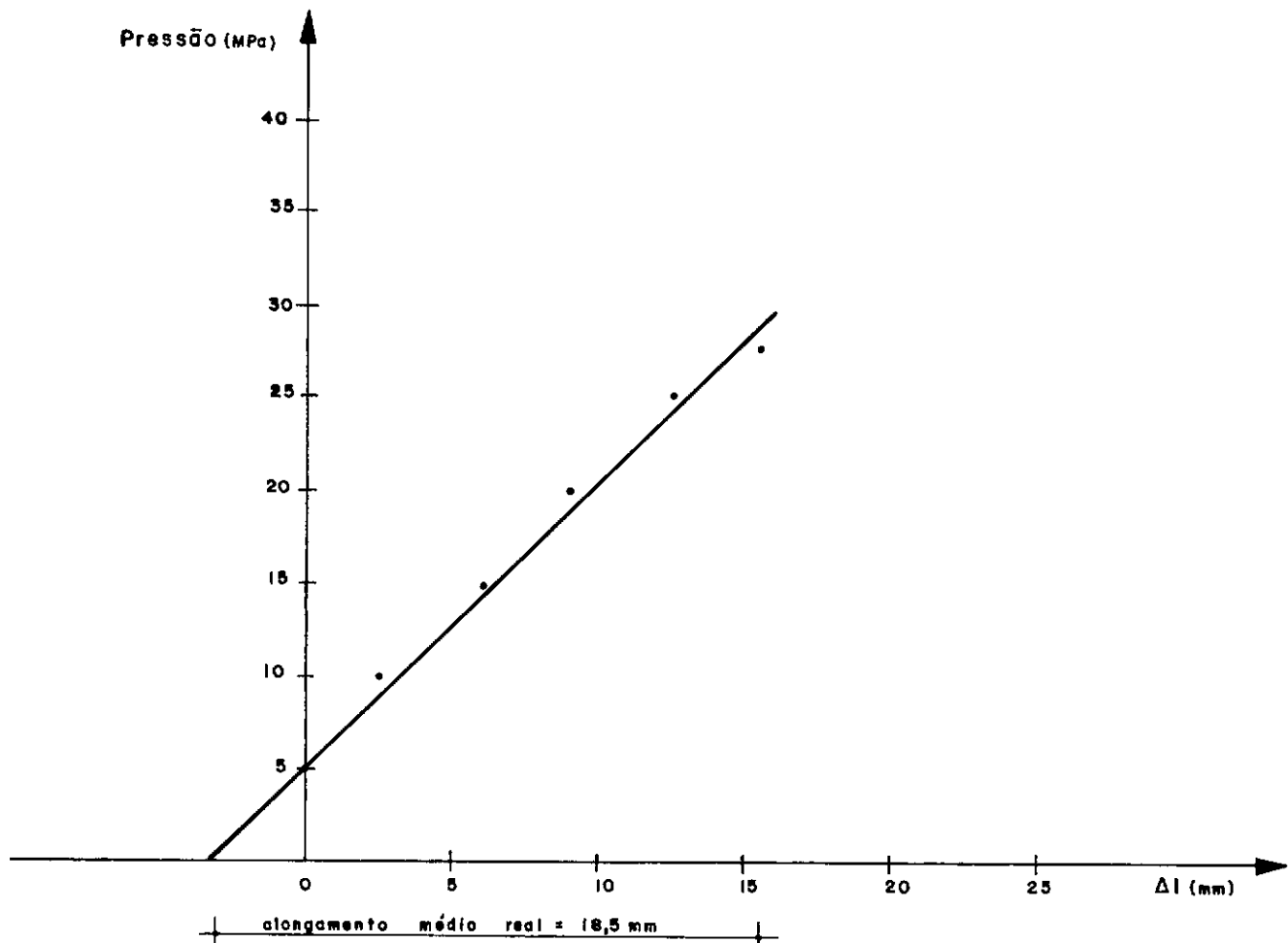


Fig. 3.7c - Laje L2 - direção 1

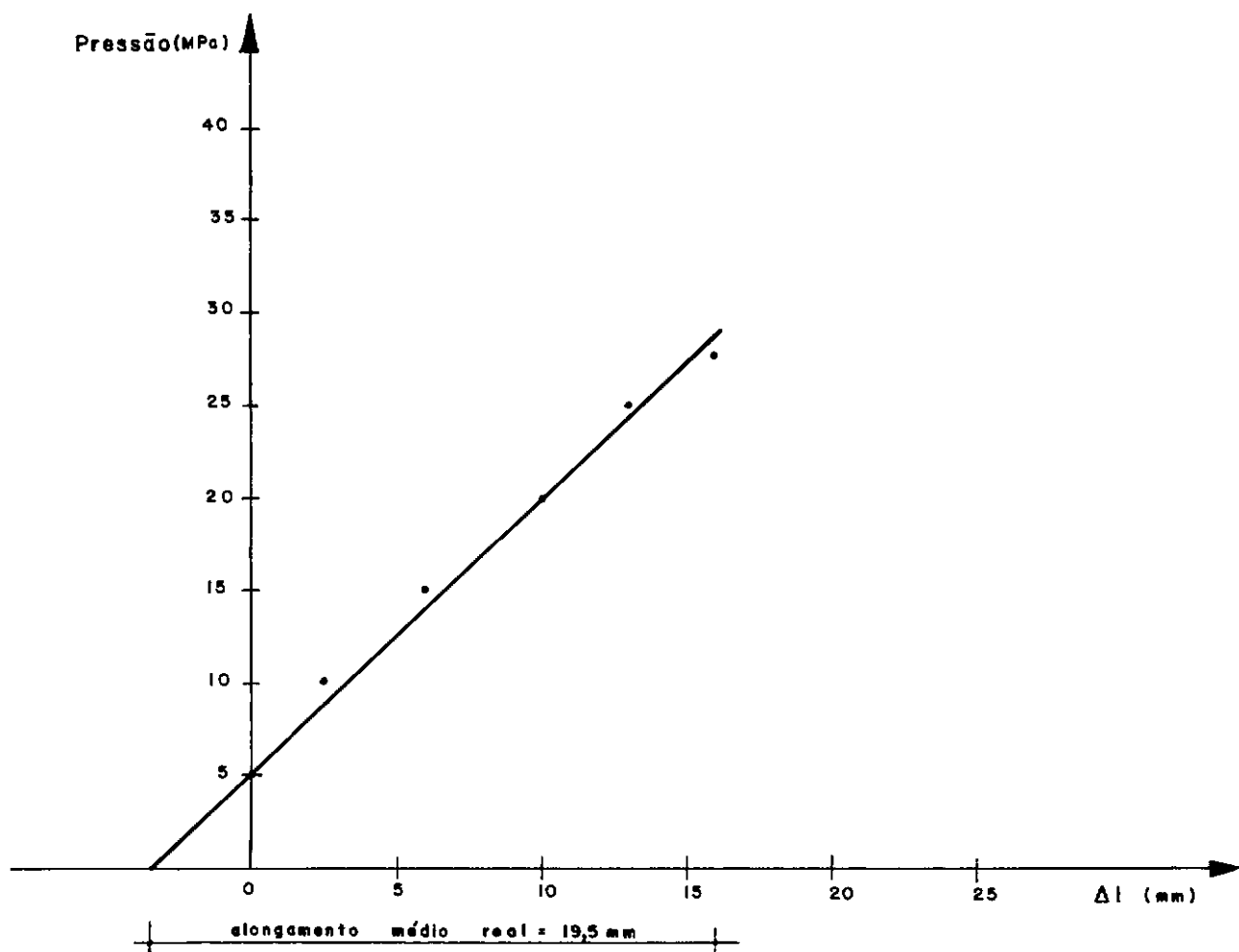


Fig. 3.7d - Laje L2 - direção 2

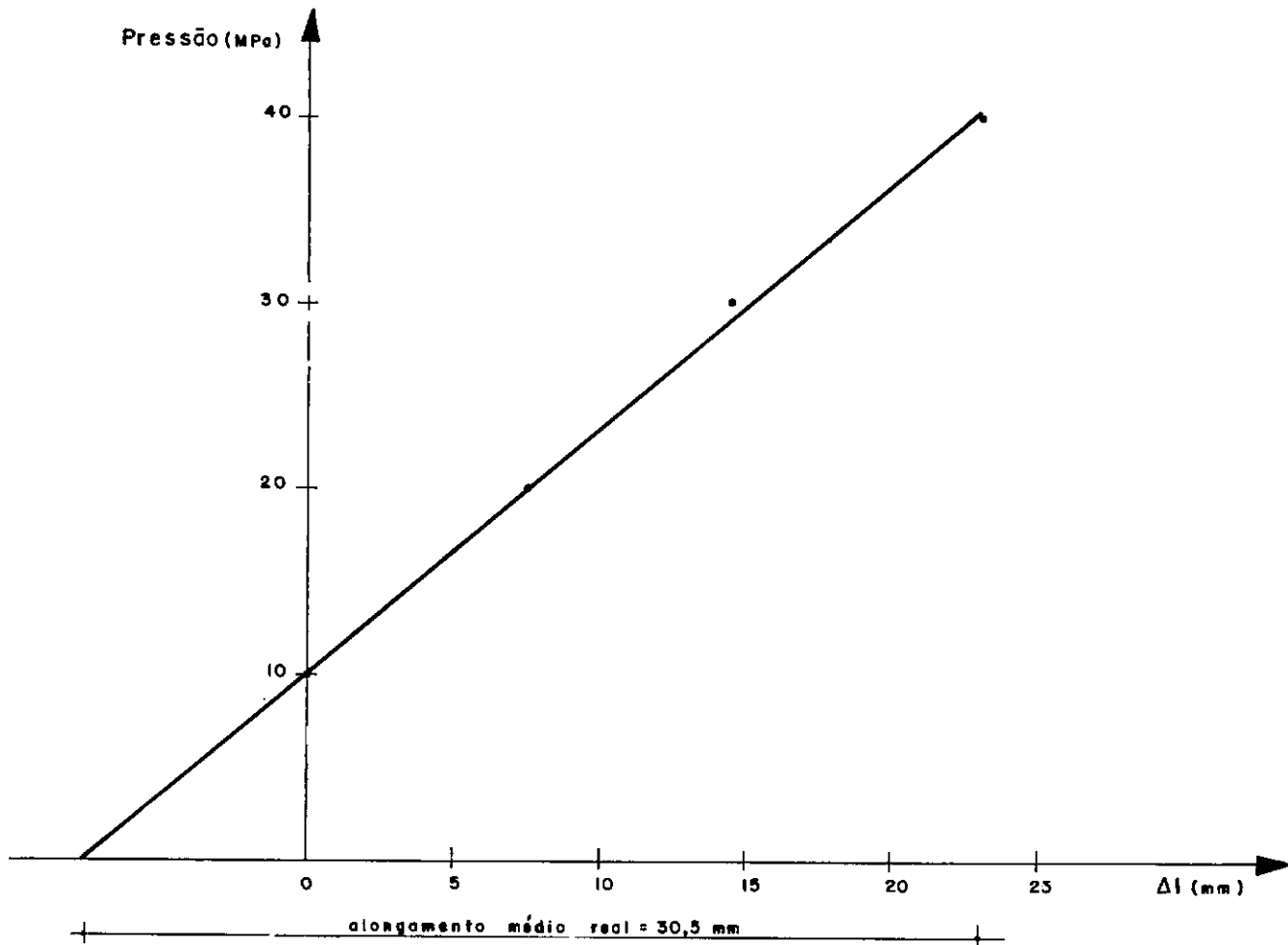


Fig. 3.7e - Laje L3 - direção 1

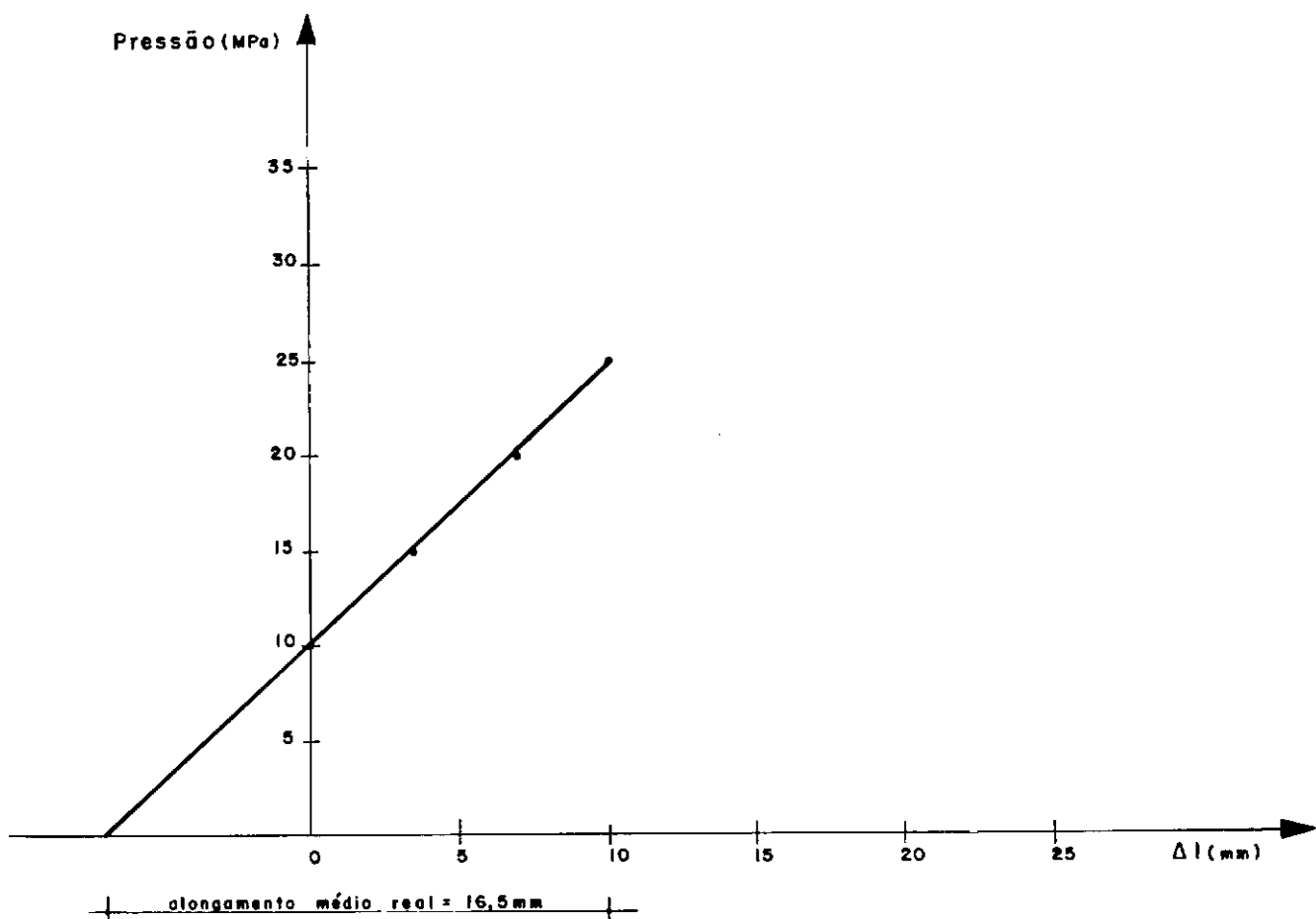


Fig. 3.7f - Laje L3 - direção 2

Fig. 3.7 - Alongamentos de protensão

3.5 - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DOS MATERIAIS

3.5.1 - Concreto

O quadro 3.3 apresenta os valores médios da resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação longitudinal tangente à origem do concreto de cada laje, na idade correspondente a realização do ensaio.

A resistência à tração foi determinada através do ensaio de compressão diametral, de um corpo de prova cilíndrico, pela expressão $f_{ct} = 0,85 \frac{2P}{\pi d \ell}$

Onde:

f_{ct} - resistência à tração do concreto

P - carga aplicada

d - diâmetro do corpo de prova

ℓ - comprimento do corpo de prova

QUADRO 3.3 - Características físicas do concreto

	f_{cc} (MPa)	f_{ct} (MPa)	E_{co} (MPa)	IDADE (DIAS)
Laje L1	32,1	2,8	23800,0	76
Laje L2	23,4	2,5	24000,0	42
Laje L3	19,5	2,1	22200,0	37

Os diagramas tensão-deformação médios são apresentados na Figura 3.8.

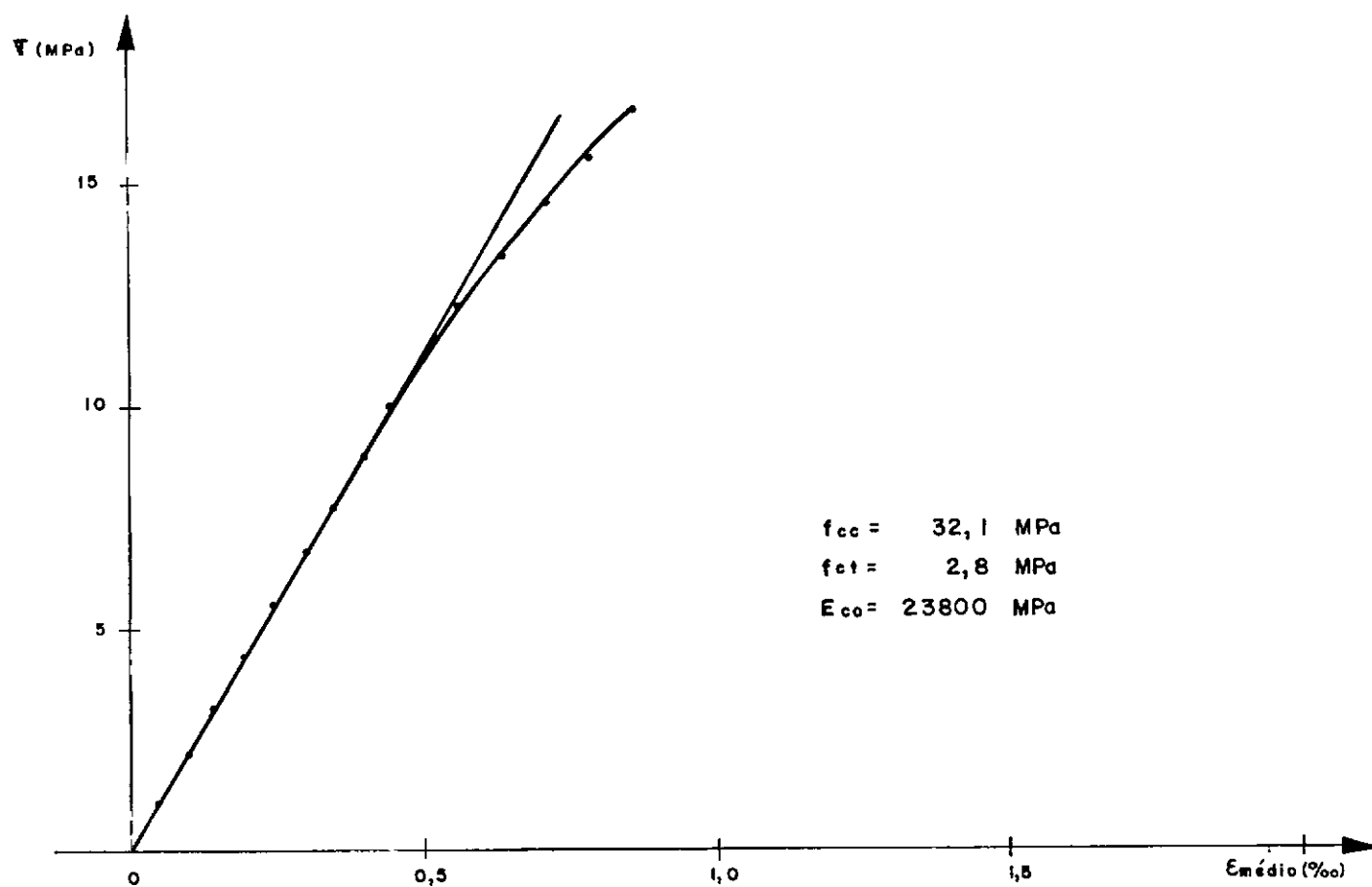


Fig. 3.8a - Laje L1

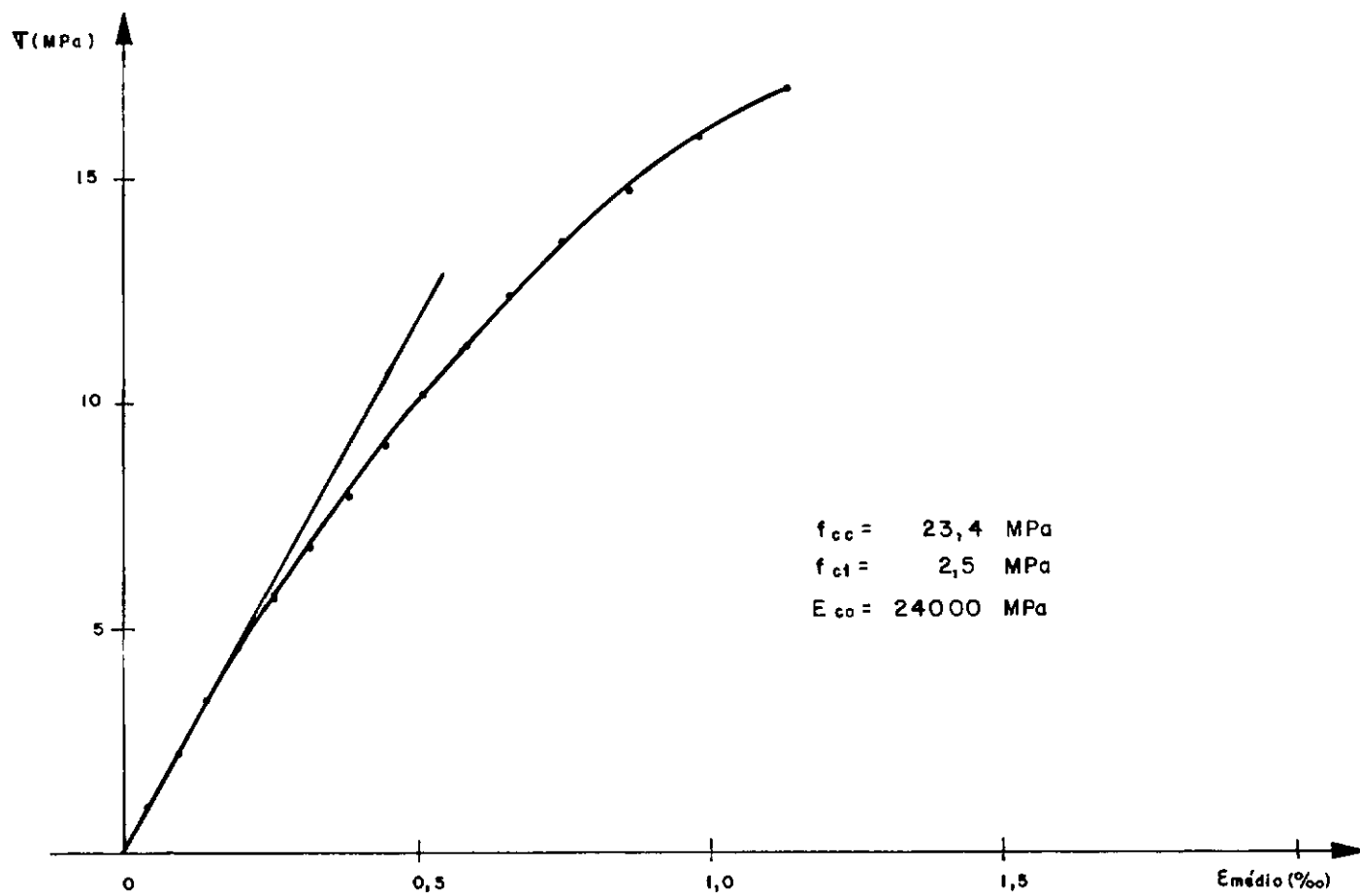


Fig. 3.8b - Laje L2

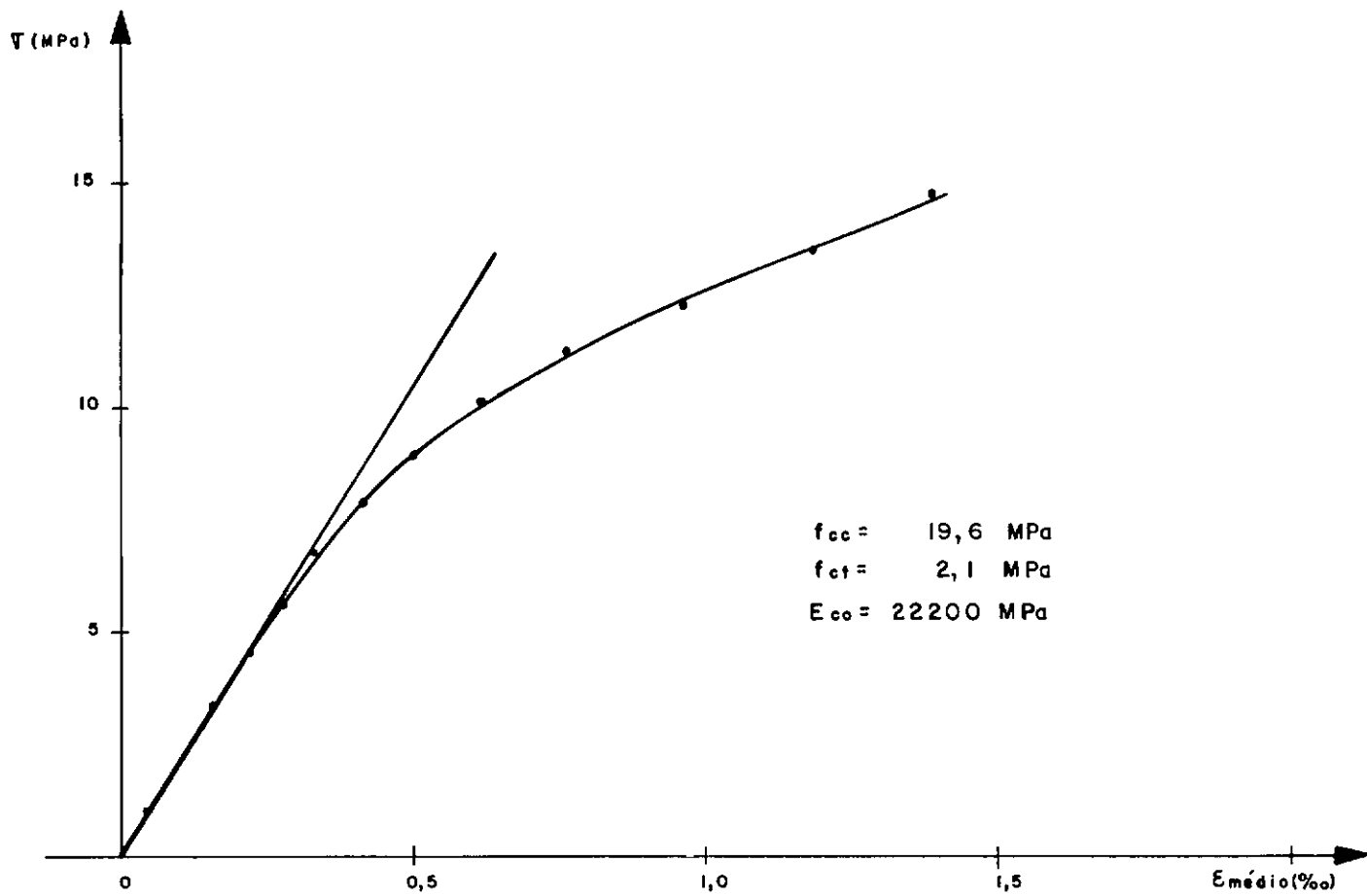


Fig. 3.8c - Laje L3

Fig. 3.8 - Diagramas tensão-deformação do concreto

3.5.2 - Aço Passivo

Foram ensaiadas à tração amostras dos aços CA-50A e CA-50B. Os valores estão agrupados no quadro 3.4. Os diagramas tensão-deformação médios estão apresentados na Figura 3.9.

QUADRO 3.4 - Características dos aços passivos

AÇO	ϕ pol	ϕ cm	AREA cm ²	f_y MPa	ϵ_e ‰	f_r MPa	ϵ_r ‰	E_s MPa
CA-50A	1/2	1.27	1.27	488	2.1	814	90,0	$2,1 \times 10^5$
CA-50B	1/4	0.63	0.32	566	4,7	824	-	$2,1 \times 10^5$

As amostras de aço foram ensaiadas à tração na máquina de ensaios Amsler com capacidade de 100 kN e as deformações das barras foram medidas com extensômetro mecânico Amsler. A deformação de ruptura, ϵ_r , foi tomada na zona de estricção em um comprimento de aproximadamente 10 diâmetros.

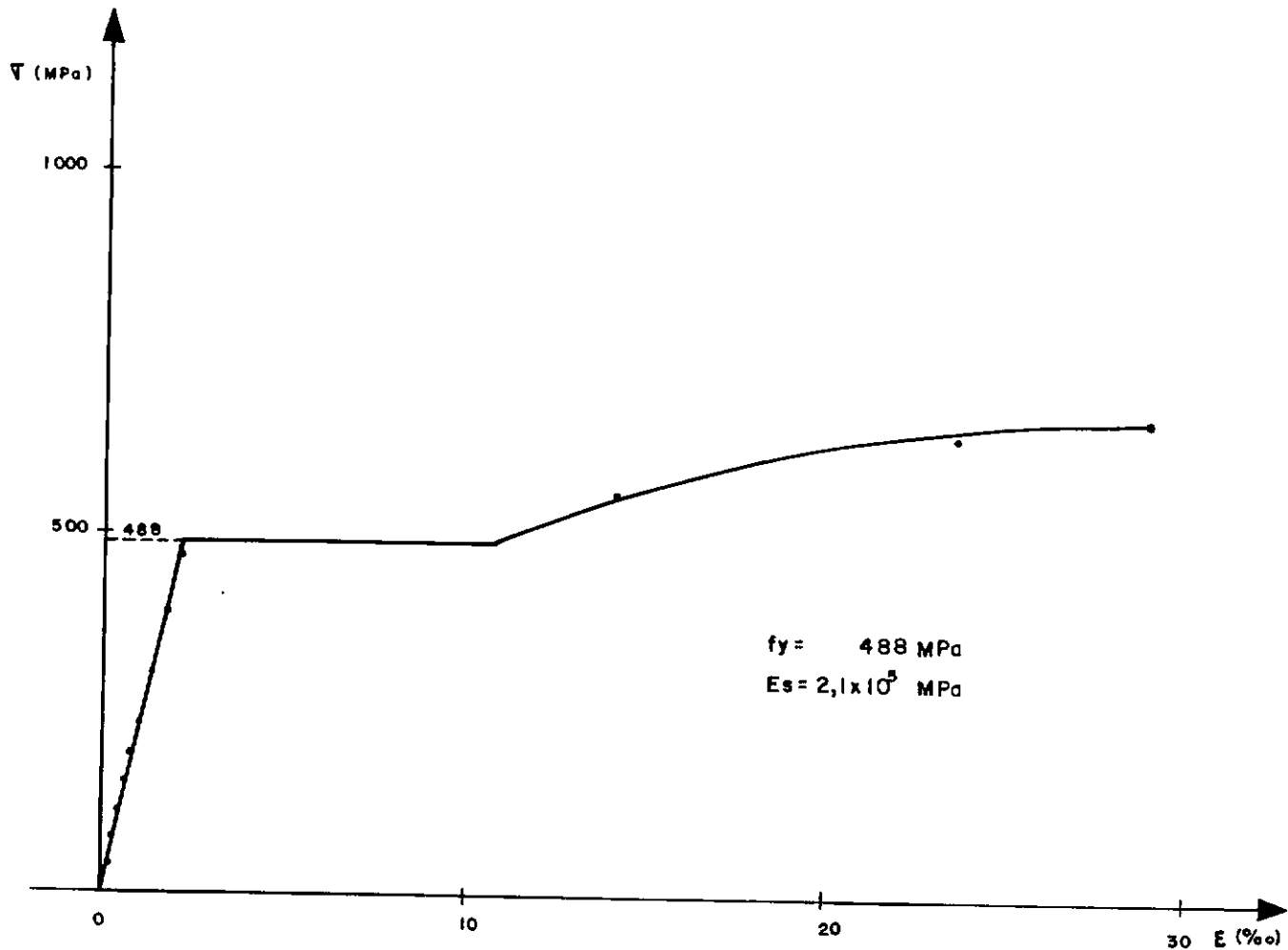


Fig. 3.9a - Aço ϕ 1/2"

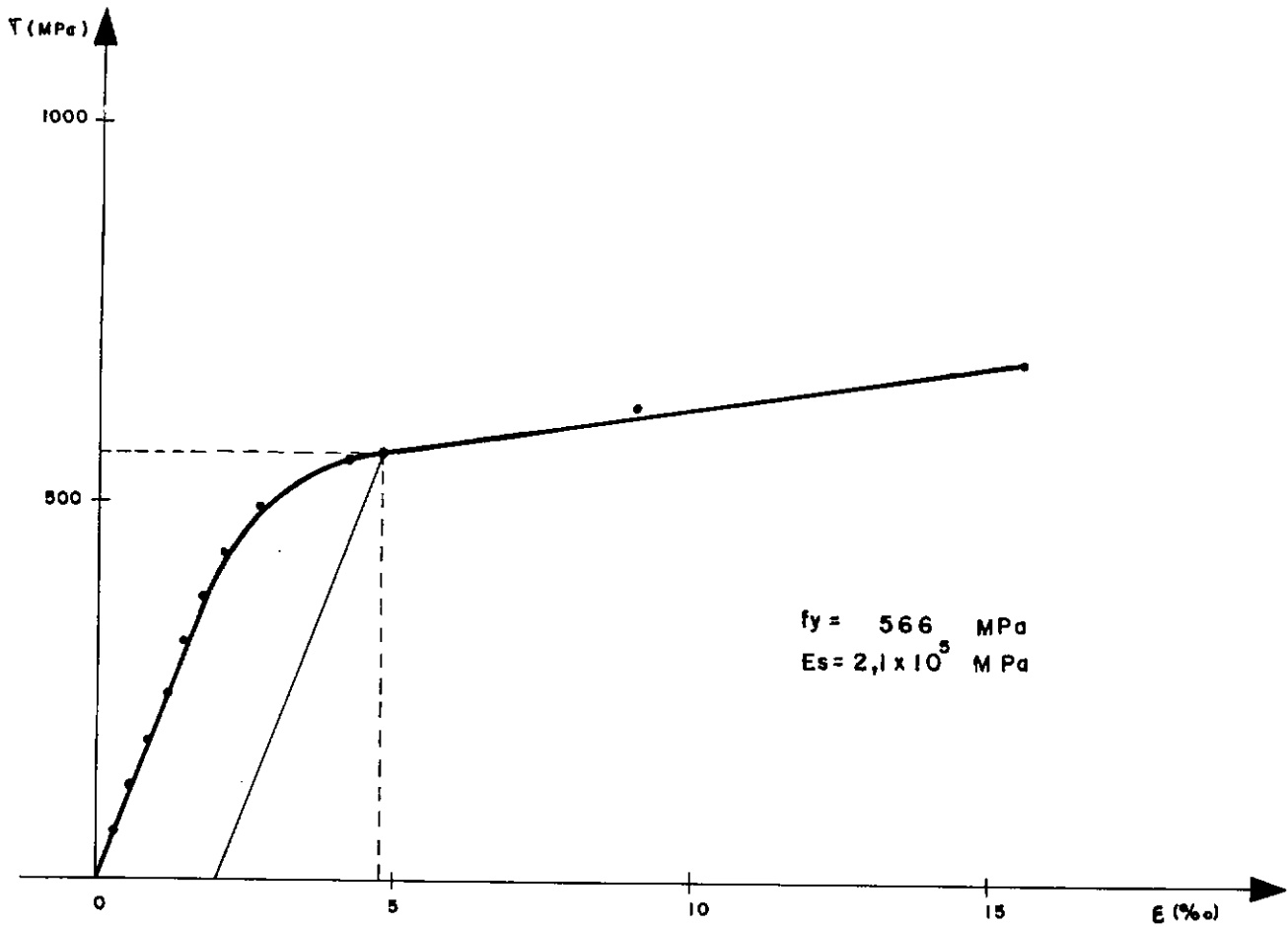


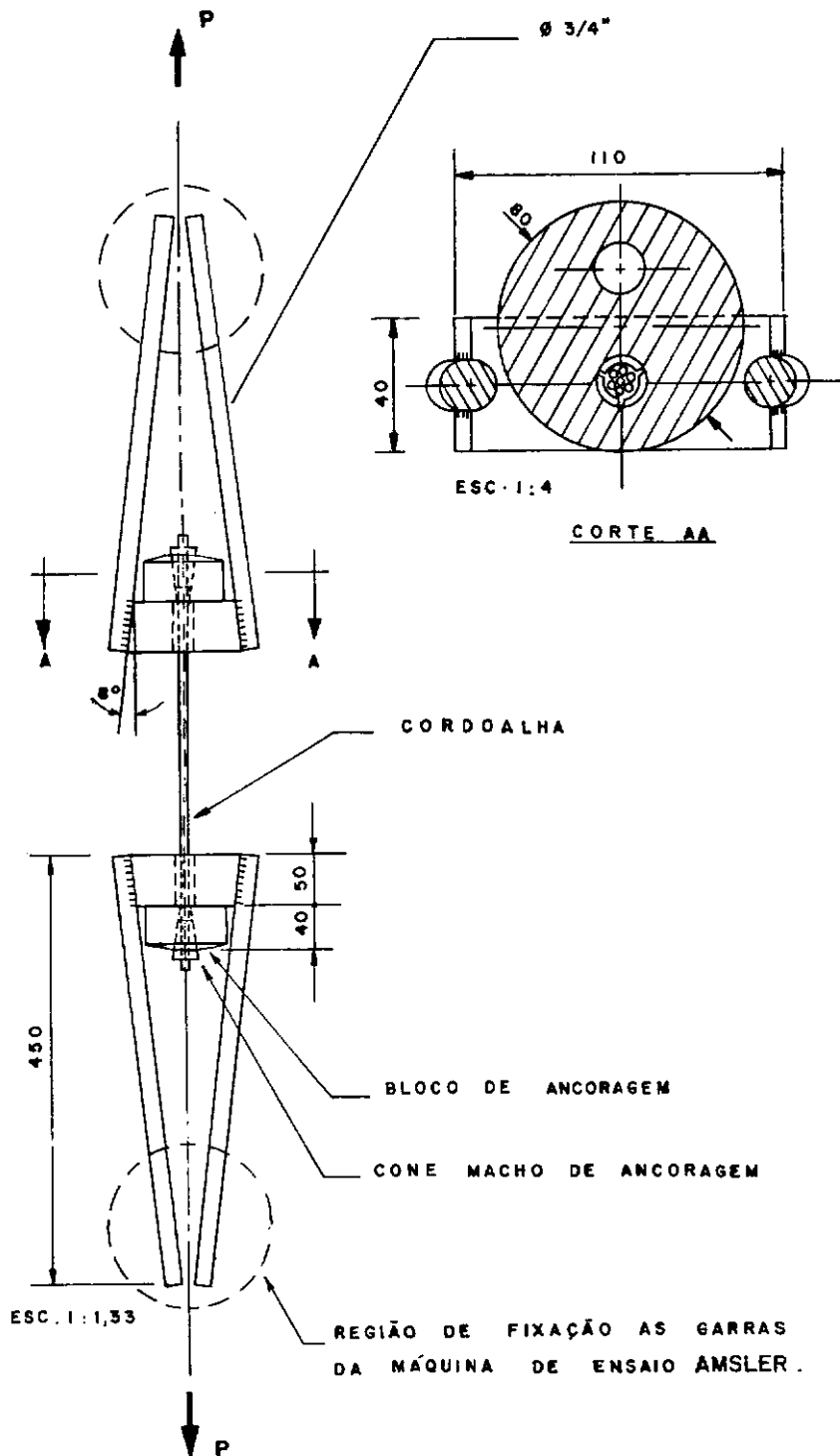
Fig. 3.9b - Aço $\phi 1/4''$

Fig. 3.9 - Diagramas tensão-deformação dos aços passivos

3.5.3 - Aços de Protensão

Para fazer o ensaio à tração do aço de protensão com a finalidade de se obter as características físicas deste aço, foi feita uma montagem reproduzindo o sistema de protensão utilizado na laje.

A montagem do ensaio é a apresentada na Figura 3.10.



dimensões em mm

Fig. 3.10 - Montagem do ensaio à tração do aço de protensão

Utilizando essa montagem foram ensaiadas 4 (quatro) amostras das cordoalhas utilizadas nas três lajes, obtendo a carga de ruptura. Em duas amostras foram colocados três extensômetros elétricos de resistência com base de 2 mm para se obter a curva tensão-deformação do aço de protensão.

O quadro 3.5 fornece os valores das características físicas do aço de protensão.

QUADRO 3.5 - Características físicas do aço de protensão

AÇO	ϕ pol	ϕ cm	f_r MPa	E_p MPa
RB-190	1/2	1,27	1697,0	$2,0 \times 10^5$

O diagrama tensão-deformação do aço de protensão está apresentado na Figura 3.11.

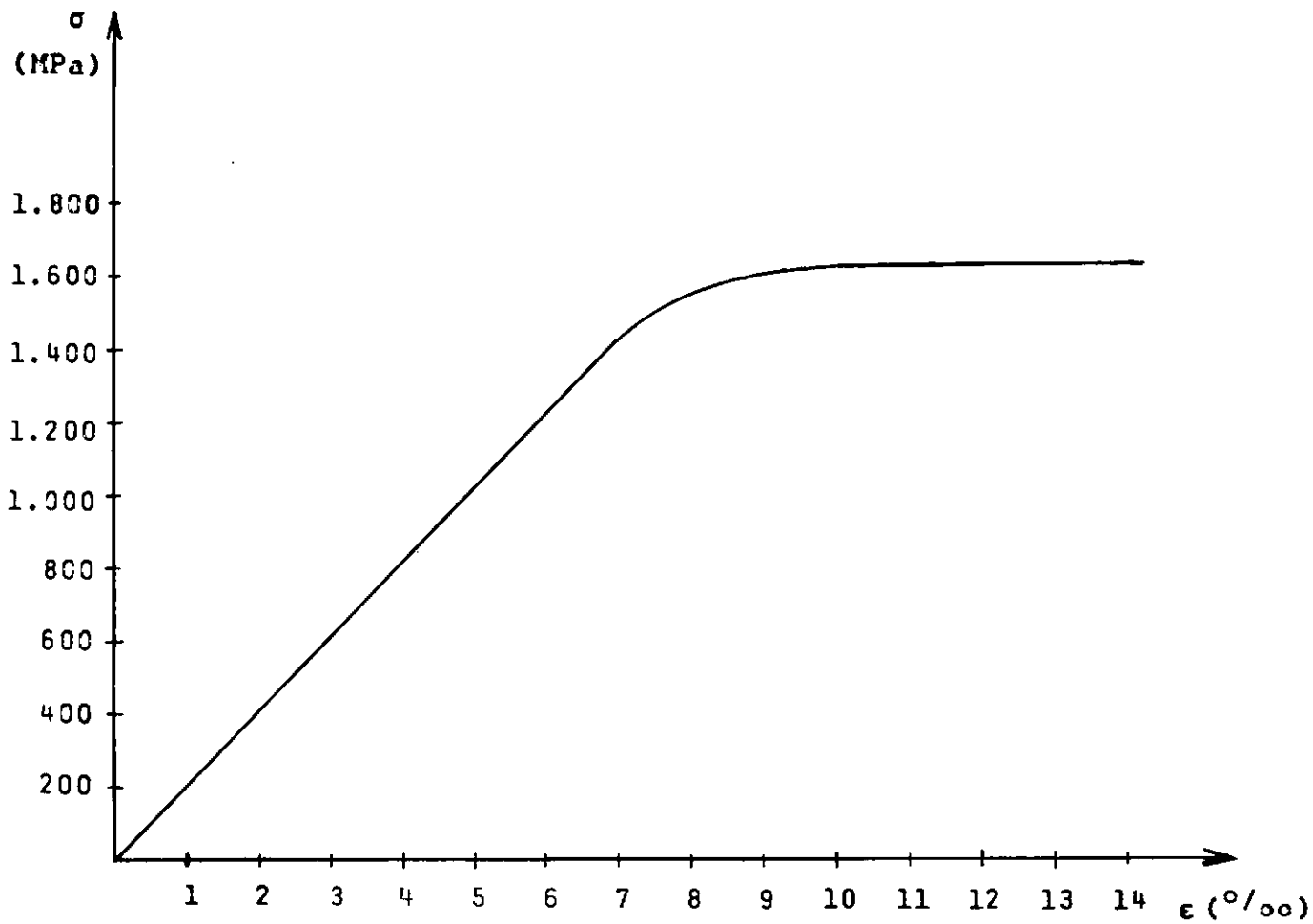


Fig. 3.11 - Diagrama tensão-deformação do aço de protensão

3.6 - INSTRUMENTAÇÃO

No início do ensaio e após cada acréscimo de carga foram efetuadas medições visando a determinação das seguintes grandezas:

3.6.1 - Flechas

As flechas foram medidas em quatro pontos por defletômetros mecânicos marca huggenberger com sensibilidade de 0,1 mm.

A Figura 3.12 mostra a localização dos defletômetros para as diversas lajes.

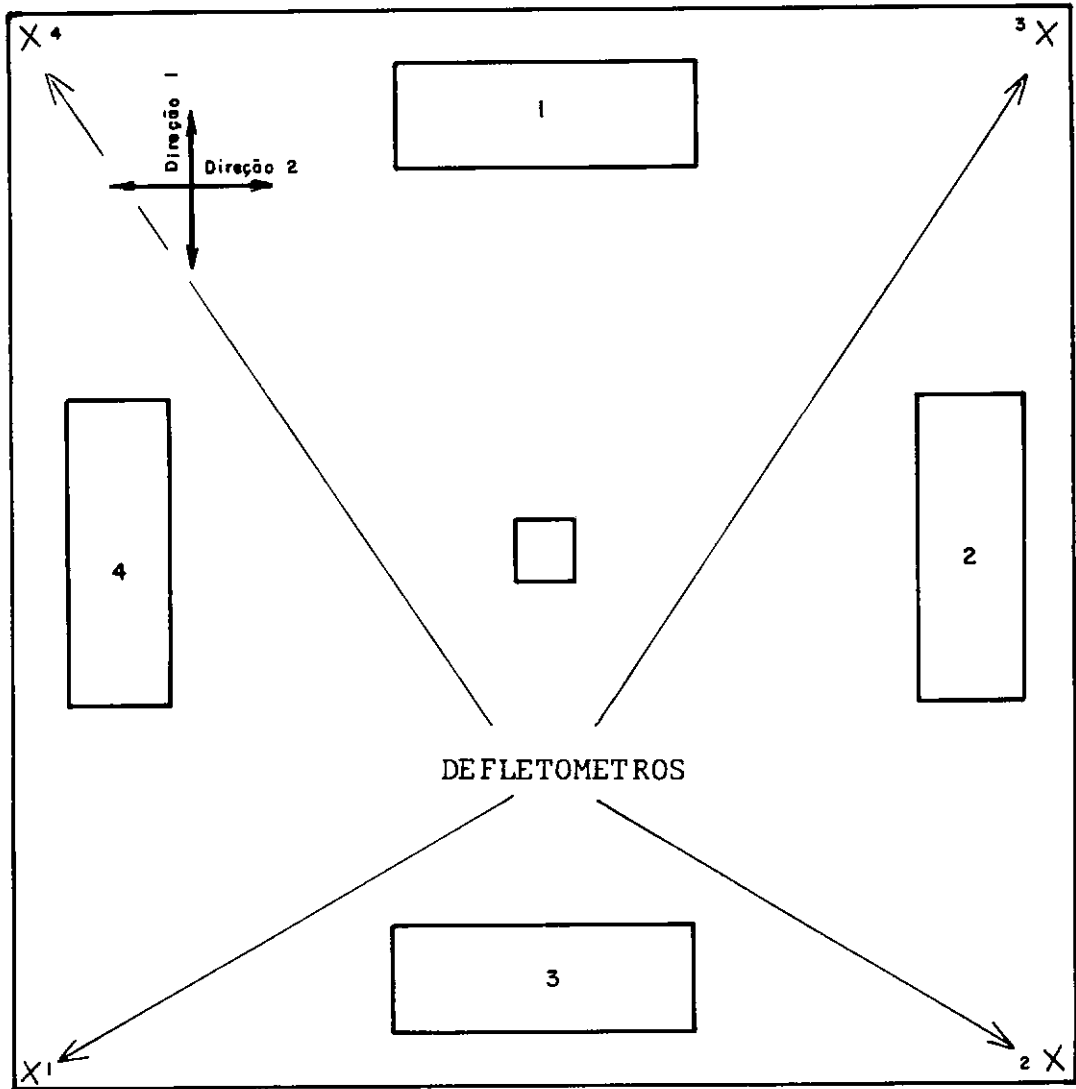


Fig. 3.12 - Localização dos defletômetros

3.6.2 - Deformação do Concreto

Foram medidas as deformações nas faces inferior e superior das lajes, nas direções transversal e longitudinal para se obter as deformações na região onde se formaria o cone de ruptura.

Para a medição destas deformações foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (EER) com uma base de 30 mm.

As disposições dos EER são mostradas na figura 3.13.

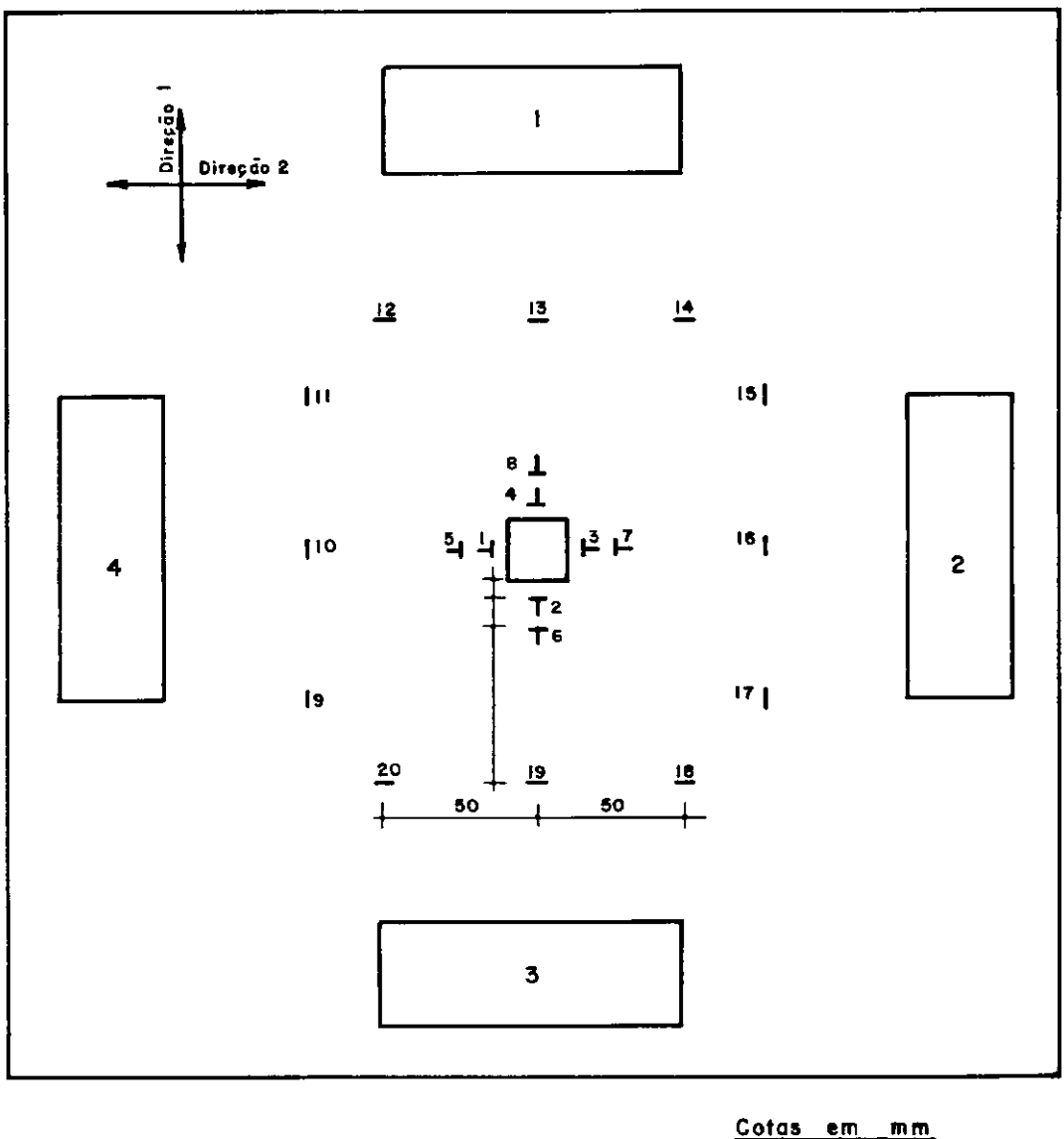


Fig. 3.13 - Localização dos EER

Os EER de números de 1 a 4 estão localizados nas faces inferiores das lajes e os demais estão na face superior.

3.6.3 - Fissuração

A medida da abertura de fissuras no concreto foi realizada com o fissurômetro.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1.1 - Cargas Aplicadas

Os quadros 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam, para cada laje, a carga aplicada por cada célula de carga e a carga total aplicada no pilar, em todas as etapas de carregamento.

QUADRO 4.1 - Cargas aplicadas pelas células de carga - laje L1

ETAPAS	P_1 (kN)	P_2 (kN)	P_3 (kN)	P_4 (kN)	P_t (kN)
1	24,0	25,0	23,0	24,0	96,0
2	45,0	52,0	51,0	49,0	197,0
3	57,0	64,0	63,0	61,0	245,0
4	70,0	73,0	79,0	72,0	294,0
5	81,0	84,0	90,0	83,0	338,0
6	88,0	95,0	98,0	94,0	375,0

QUADRO 4.2 - Cargas aplicadas pelas células de carga - laje L2

ETAPAS	P_1 (kN)	P_2 (kN)	P_3 (kN)	P_4 (kN)	P_t (kN)
1	24,0	26,0	26,0	25,0	101,0
2	48,0	49,0	49,0	47,0	193,0
3	61,0	59,0	62,0	57,0	239,0
4	65,0	65,0	67,0	63,0	260,0
5	74,0	74,0	77,0	72,0	297,0
6	76,0	80,0	82,0	77,0	315,0

QUADRO 4.3 - Cargas aplicadas pelas células de carga - laje L3

ETAPAS	P_1 (kN)	P_2 (kN)	P_3 (kN)	P_4 (kN)	P_t (kN)
1	16,0	10,0	15,0	10,0	51,0
2	32,0	20,0	30,0	20,0	102,0
3	46,0	28,0	43,0	28,0	145,0
4	54,0	32,0	48,0	33,0	167,0
5	61,0	38,0	53,0	39,0	191,0
6	66,0	43,0	57,0	43,0	209,0
7	55,0	50,0	47,0	50,0	202,0
8	70,0	52,0	53,0	60,0	235,0

Pelos resultados fornecidos nos quadros 4.1, 4.2 e 4.3, pode-se adiantar as seguintes considerações:

1. No ensaio da laje L1 (quadro 4.1), houve um desequilíbrio das cargas aplicadas nas quatro células de carga.

2. Na aplicação das cargas no ensaio da laje L2 (quadro 4.2), houve um melhor equilíbrio, resultando em cargas aproximadamente iguais nas quatro células de carga, em todas as etapas do carregamento.
3. No ensaio da laje L3 (quadro 4.3) foram aplicadas cargas diferentes nas duas direções da laje.

4.1.2 - Fissuração

Nos ensaios das três lajes, as aberturas de fissuras foram lidas nas primeiras etapas após a fissuração de cada laje. Quando a laje se encontrava próxima da ruptura, esta leitura foi suspensa por motivo de segurança.

O desenvolvimento das fissuras, para cada laje, foi o seguinte:

1. Laje L1 - Na etapa 2 surgiram as primeiras fissuras radiais. Na etapa 3 começaram a surgir algumas fissuras circulares e as radiais aumentaram bastante. Nas etapas seguintes foram surgindo novas fissuras radiais e circulares e as já existentes foram se estendendo e abrindo cada vez mais.
2. Laje L2 - As primeiras fissuras também surgiram na etapa 2, a maioria delas eram radiais, mas já se notava o aparecimento das primeiras fissuras circulares, sendo estas ainda pouco visíveis. Na etapa 3 a laje já estava bastante fissurada e as

fissuras circulares eram bem visíveis.

3. Laje L3 - O aparecimento de fissuras se deu na etapa 2, sendo a maioria delas radiais, mas já se notando algumas fissuras circulares. Na etapa 3, as fissuras circulares eram bem visíveis.

A configuração das fissuras estão apresentadas nas figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4.



Fig. 4.1 - Configuração das fissuras - laje L1



Fig. 4.2 - Configuração das fissuras - laje L1

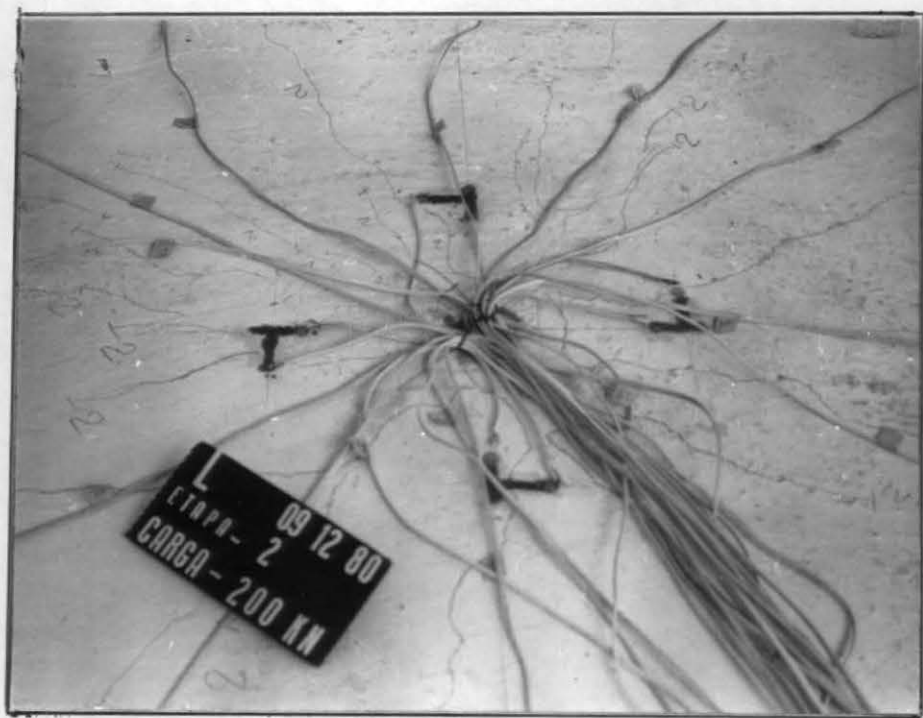


Fig. 4.3 - Configuração das fissuras - laje L2

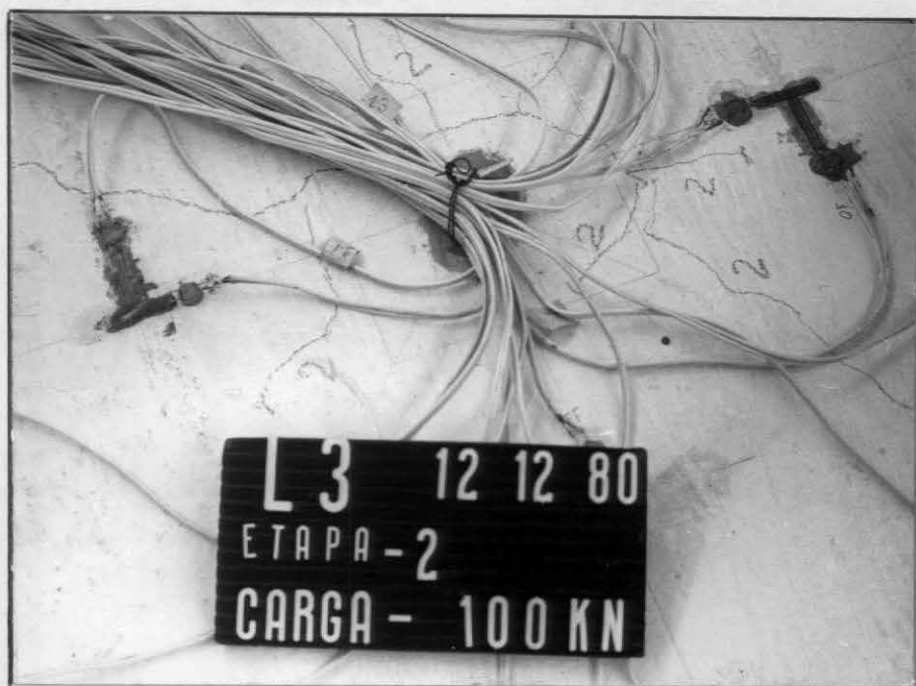


Fig. 4.4 - Configuração das fissuras - laje L3

Como pode-se notar, em todas as lajes surgiram primeiro as fissuras radiais. Estas fissuras surgiram sempre na região próxima ao pilar. A medida que a carga foi aumentando, elas se estenderam para os bordos das lajes.

As fissuras circulares surgiram para cargas mais elevadas e estas são as que formam o cone de ruptura de punção.

Devido ao grande acréscimo de carga por etapa, não se pode tirar com precisão a carga de fissuração.

O quadro 4.4 apresenta, para cada laje, as cargas de fissuração aproximadas.

QUADRO 4.4 - Cargas de fissuração radial e circular

	$P_{fiss,rad} \text{ (kN)}$	$P_{fiss,rad}/P_u$	$P_{fiss,circ} \text{ (kN)}$	$P_{fiss,circ}/P_u$
Laje L1	197,0	0,53	245,0	0,65
Laje L2	193,0	0,61	193,0	0,61
Laje L3	102,0	0,42	102,0	0,42

A carga de fissuração de lajes protendidas pode ser estimada, a partir dos resultados das lajes ensaiadas constantes no quadro 4.4, num valor em torno de 0,55 da carga de ruptura por puncionamento.

4.1.3 - Flechas

As curvas carga-flecha são apresentadas nas figuras 4.5 a 4.7.

Todas as curvas carga-flecha são caracterizadas por uma grande inclinação inicial. Após a fissuração, a inclinação decrescente da curva mostra uma perda da rigidez da laje.

Observando-se as curvas da figura 4.5, nota-se que a curva do ponto 1, a partir da etapa 2 de carregamento, começou a apresentar uma inclinação bem menor do que a curva do ponto 3. Isso aconteceu devido ao fato que nessa etapa, a célula de carga 3 (ver quadro 4.1) começou a aplicar carga bem maior do que a célula de carga 1, levando a flechas maiores no ponto 1 e menores no ponto 3.

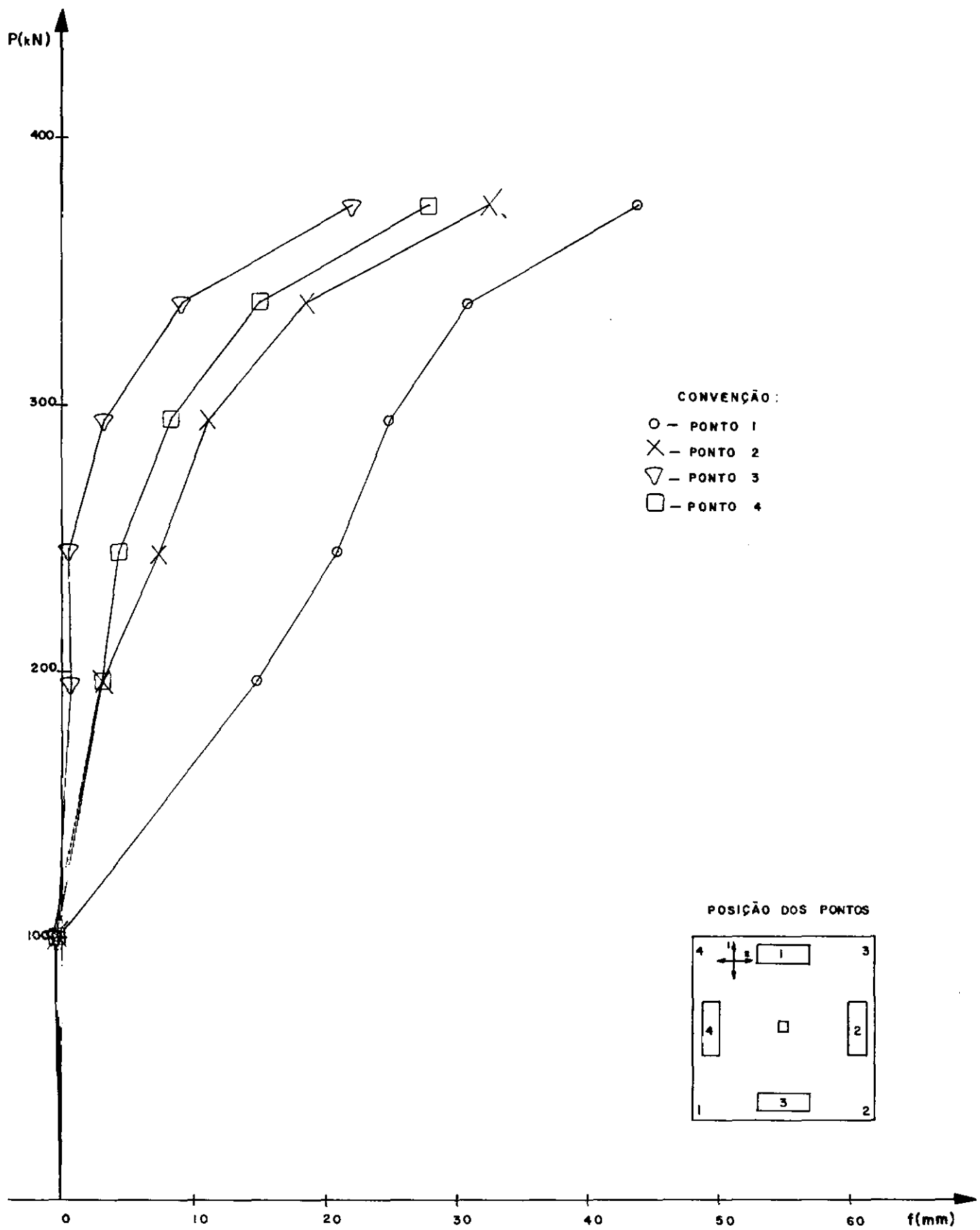


Fig. 4.5 - Carga-flecha - laje L1

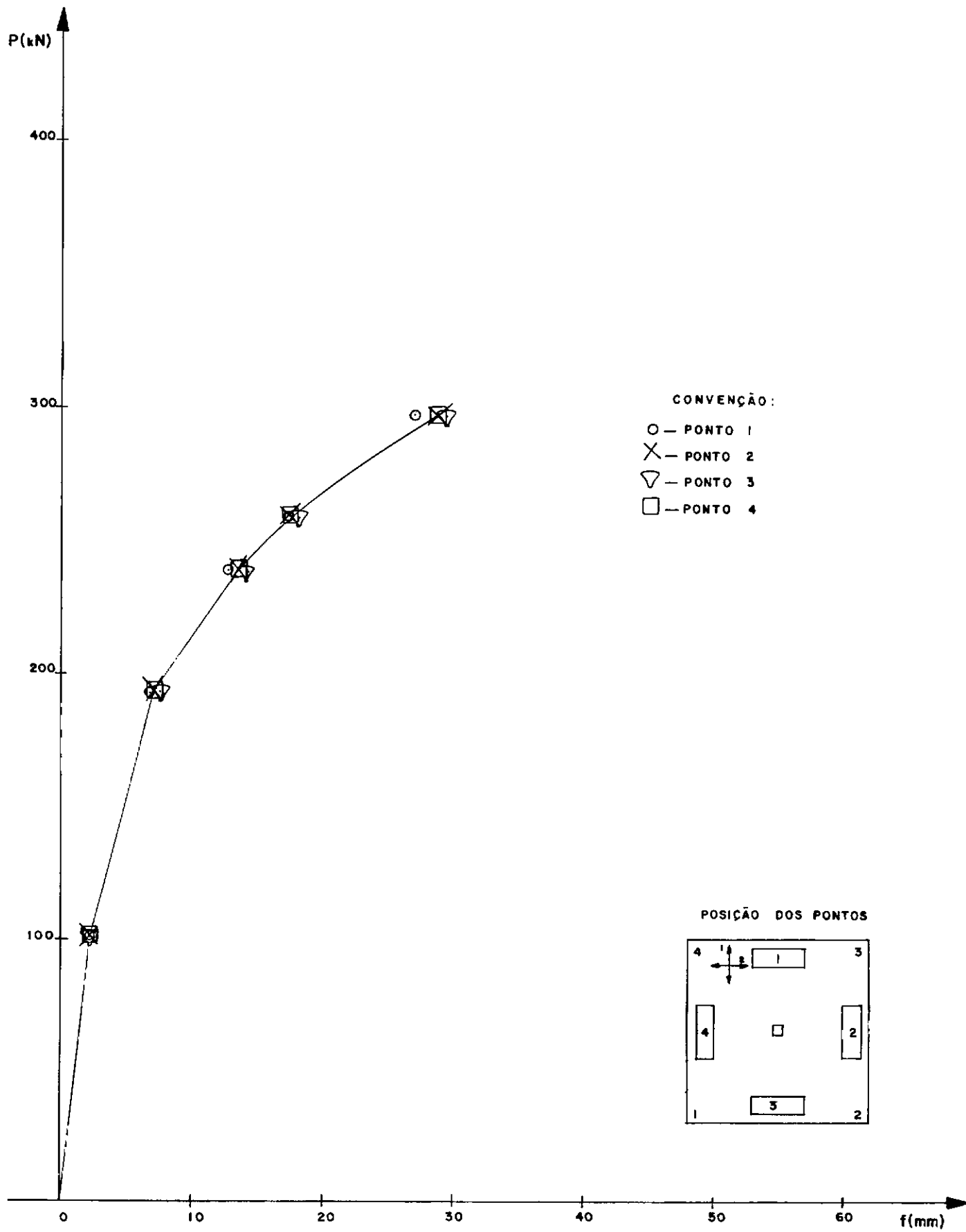


Fig. 4.6 - Carga-flecha - Laje L2

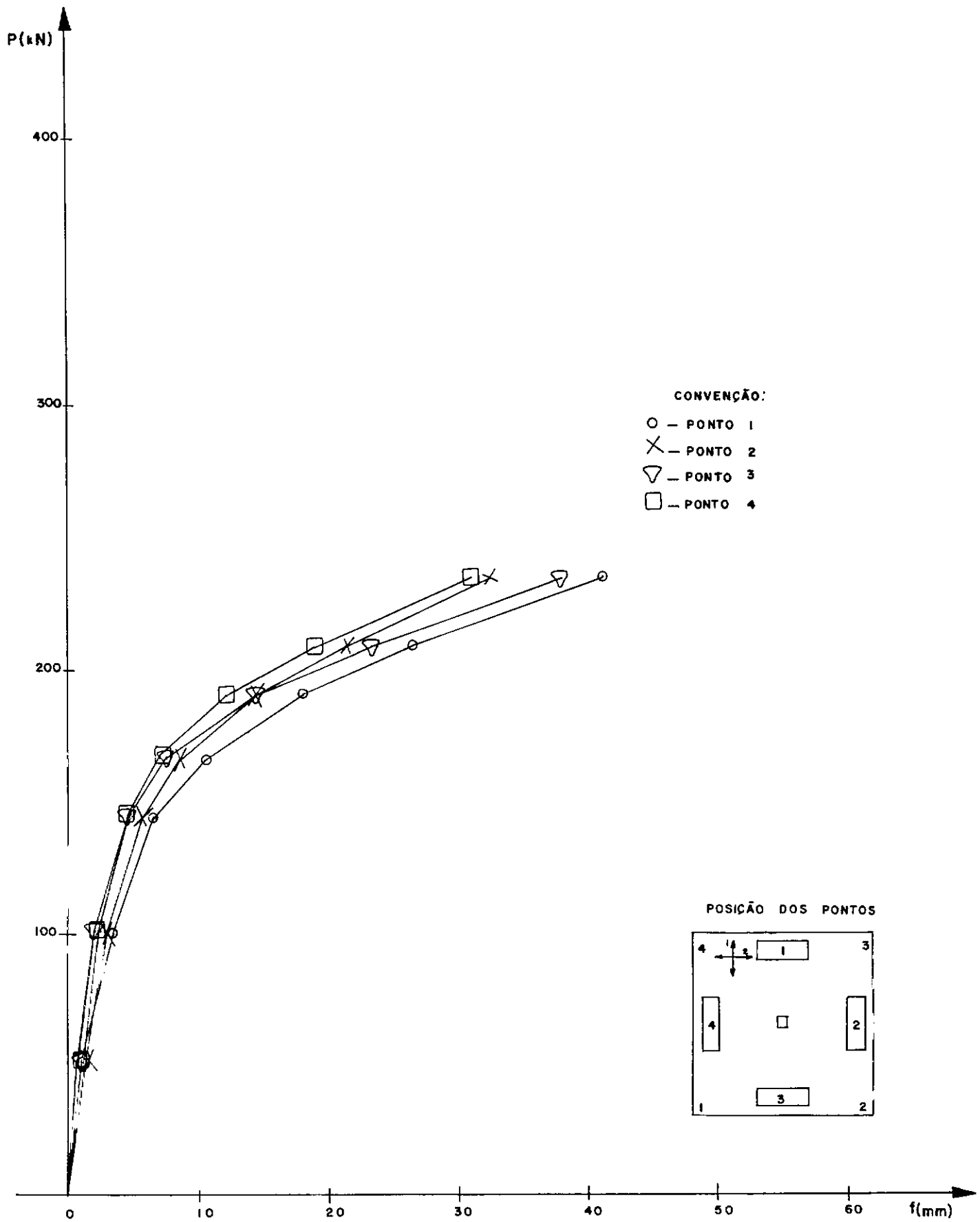


Fig. 4.7 - Carga-flecha - Laje L3

Na figura 4.6 (laje L2), os quatro pontos apresentaram a mesma curva carga-flecha. As cargas nas quatro células de carga (ver quadro 4.2) e a tensão de protensão nos dois sentidos da laje foram aproximadamente iguais, ocorrendo assim flechas iguais nos quatro pontos.

A figura 4.7 (laje L3) apresenta curvas carga-flecha aproximadamente iguais nos quatro pontos de medição. No ensaio desta laje, as cargas aplicadas pelas células de carga, nas duas direções, foram diferentes (ver quadro 4.3). No entanto as tensões de protensão nas duas direções da laje também foram diferentes.

Para comparar as flechas nas três lajes foram feitas as curvas carga-flecha da figura 4.8. Analisando-as observa-se que a laje L1 apresentou maior rigidez. Isso se deve ao fato da resistência do concreto e a tensão média de protensão nas duas direções terem sido maiores. A laje L3 apresentou menor rigidez e nesta laje a resistência do concreto foi menor que nas outras duas.

4.1.4 - Deformações

As figuras 4.9 a 4.14 apresentam as curvas carga-deformação na face inferior das três lajes. Nesta face, em todas as etapas de carregamento, foram observados encurtamentos relativos em todos os pontos de medição.

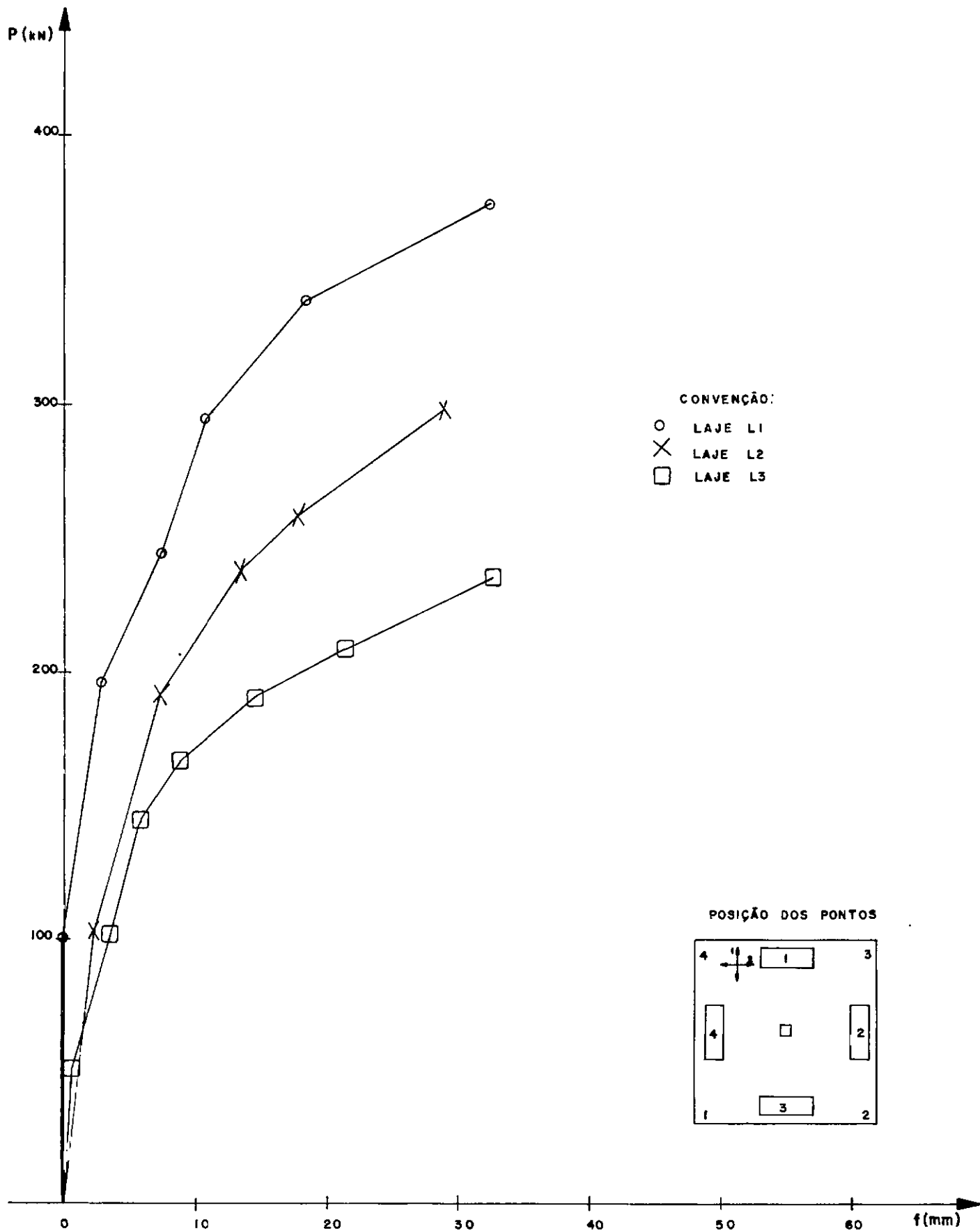


Fig. 4.8 - Carga-flecha -lajes L1, L2 e L3

A figura 4.15 apresenta as curvas carga-deformação tangencial nas faces inferiores das três lajes.

A figura 4.16 apresenta as curvas carga-deformação radial nas faces inferiores das três lajes.

Nas curvas das figuras 4.15 e 4.16, os valores das deformações das lajes L1 e L2 são as médias das deformações medidas nos quatro pontos indicados. Para a laje L3, a qual tinha tensão de protensão diferente nas duas direções, foi traçada a curva para cada direção, nas quais os valores das deformações são as médias das deformações medidas nas respectivas direções.

As figuras 4.15 e 4.16 mostram que a laje L1 apresenta, para uma mesma carga, deformações radiais e tangenciais menores que as lajes L2 e L3. Isso se deve ao fato da laje L1 realmente apresentar uma maior rigidez. A laje L3 é a de menor rigidez apresentando os maiores valores experimentais de deformações.

No quadro 4.5 são apresentados os valores máximos das deformações radiais e tangenciais nas faces inferiores das lajes.

QUADRO 4.5 - Deformações radiais e tangenciais máximas nas faces inferiores das lajes L1, L2 e L3

	$\epsilon_{T\max} (^{\circ}/_{00})$	$\epsilon_{R\max} (^{\circ}/_{00})$
Laje L1	- 2,1	- 1,5
Laje L2	- 1,4	- 1,2
Laje L3 (Direção 1)	- 1,6	- 1,3
Laje L3 (Direção 2)	- 2,0	- 1,6

Da análise do quadro 4.5, pode-se observar que as deformações tangenciais máximas, nas três lajes, foram maiores do que as deformações radiais máximas.

As figuras 4.17 a 4.30 apresentam as curvas carga-deformação nas faces superiores das lajes. Em todos os pontos foram observados alongamentos relativos e a maioria das curvas mostraram uma reversão da deformação. Este fenômeno possivelmente ocorreu devido ao desenvolvimento de fissuras que provocaram um alívio local de tensões.

As deformações, de um modo geral, cresceram pouco nos primeiros incrementos de carga, passando a aumentar bem mais rápido após o aparecimento das fissuras e tendendo a diminuir quando as lajes já se encontravam bastante fissuradas, próximas à ruptura.

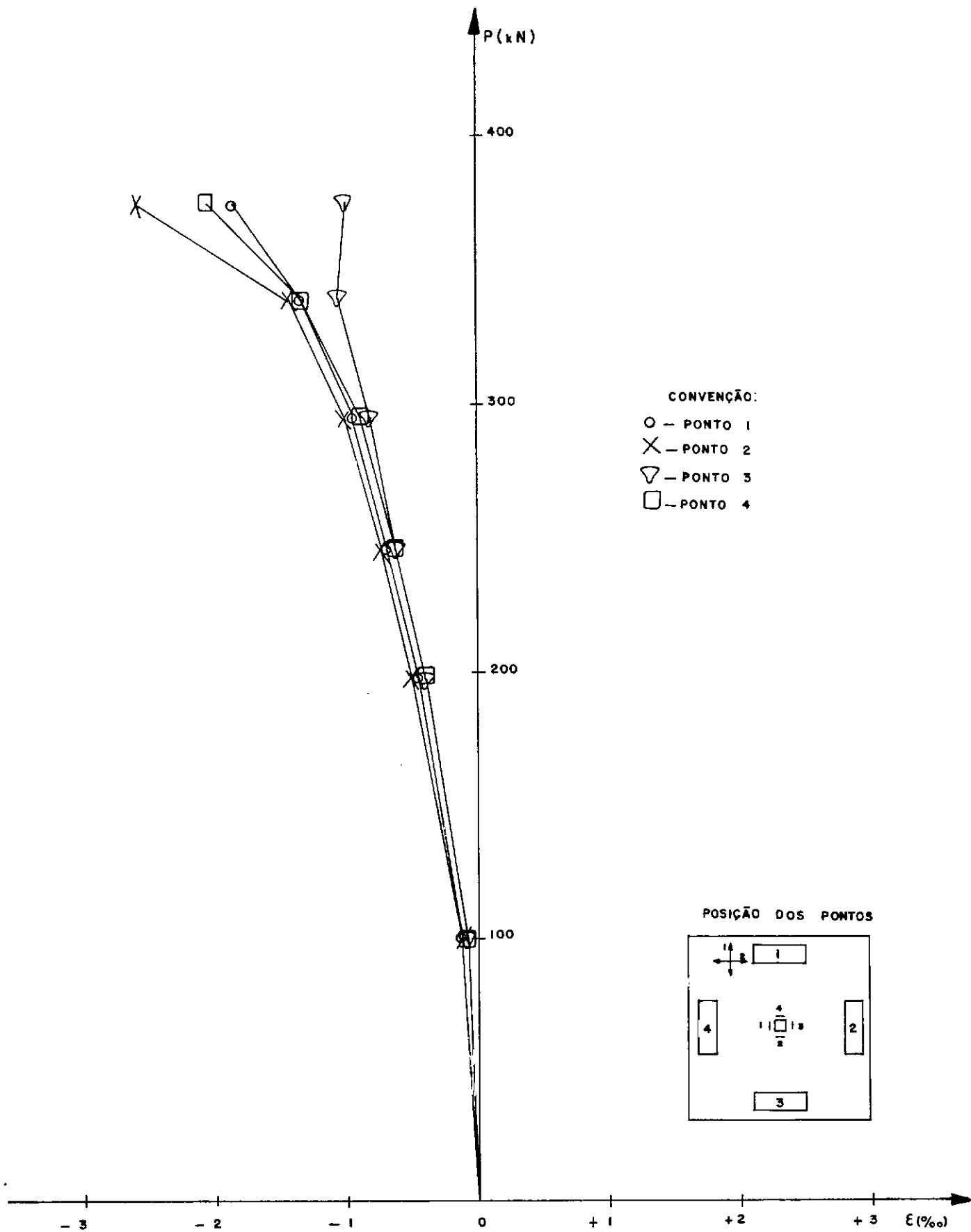


Fig. 4.9 - Carga-deformação - laje L1

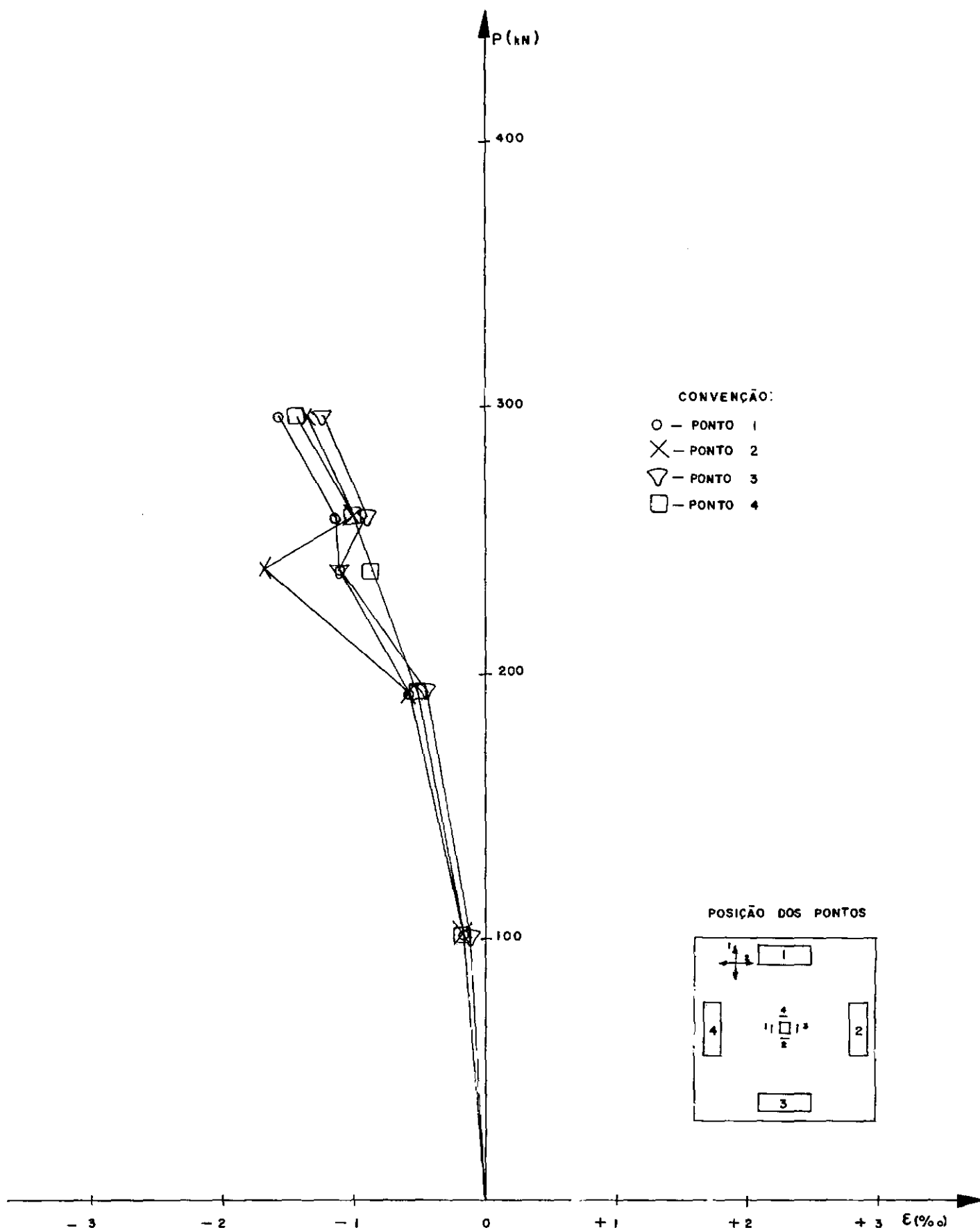


Fig. 4.10 - Carga-deformação - laje L2

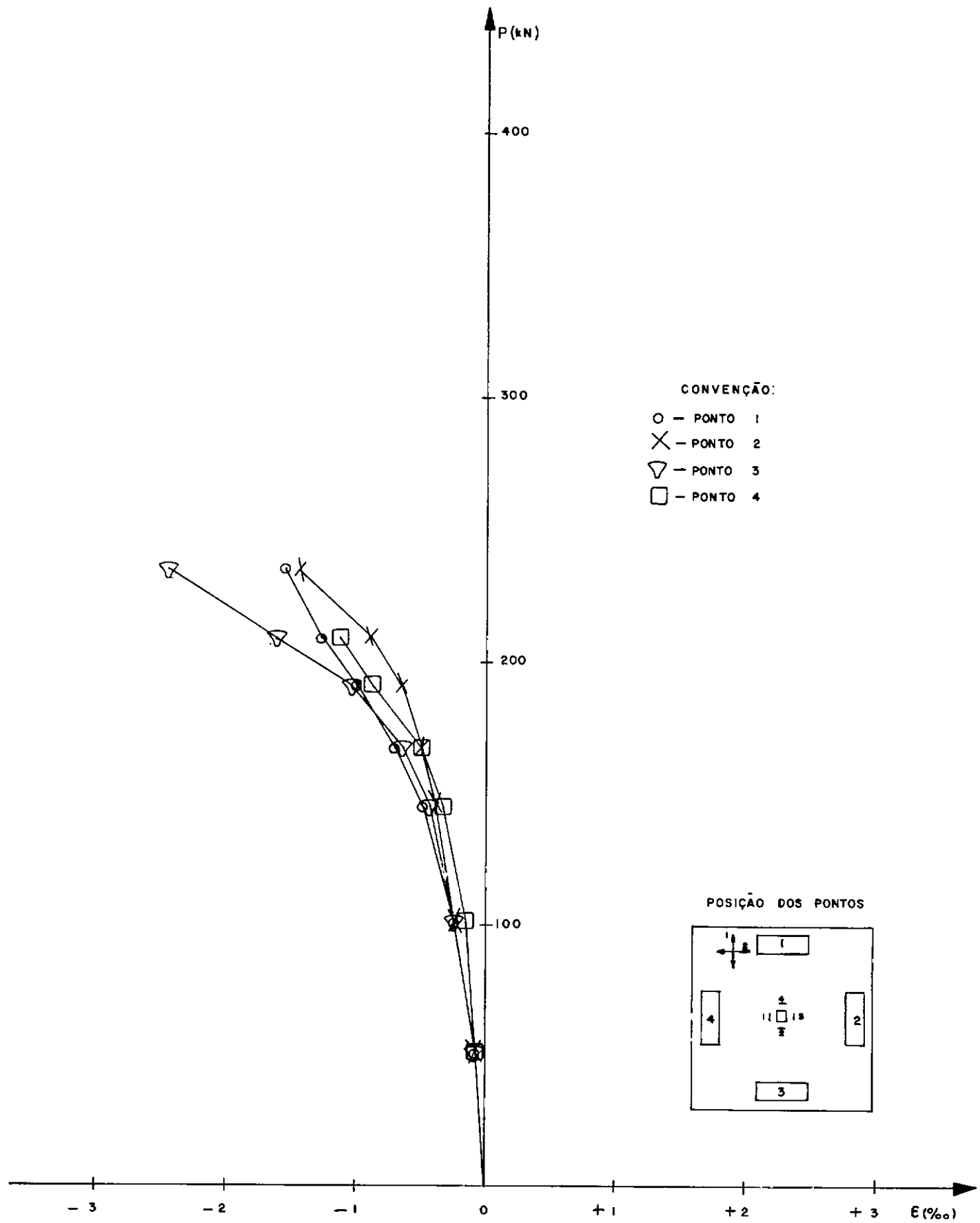


Fig. 4.11 - Carga-deformação - laje L3

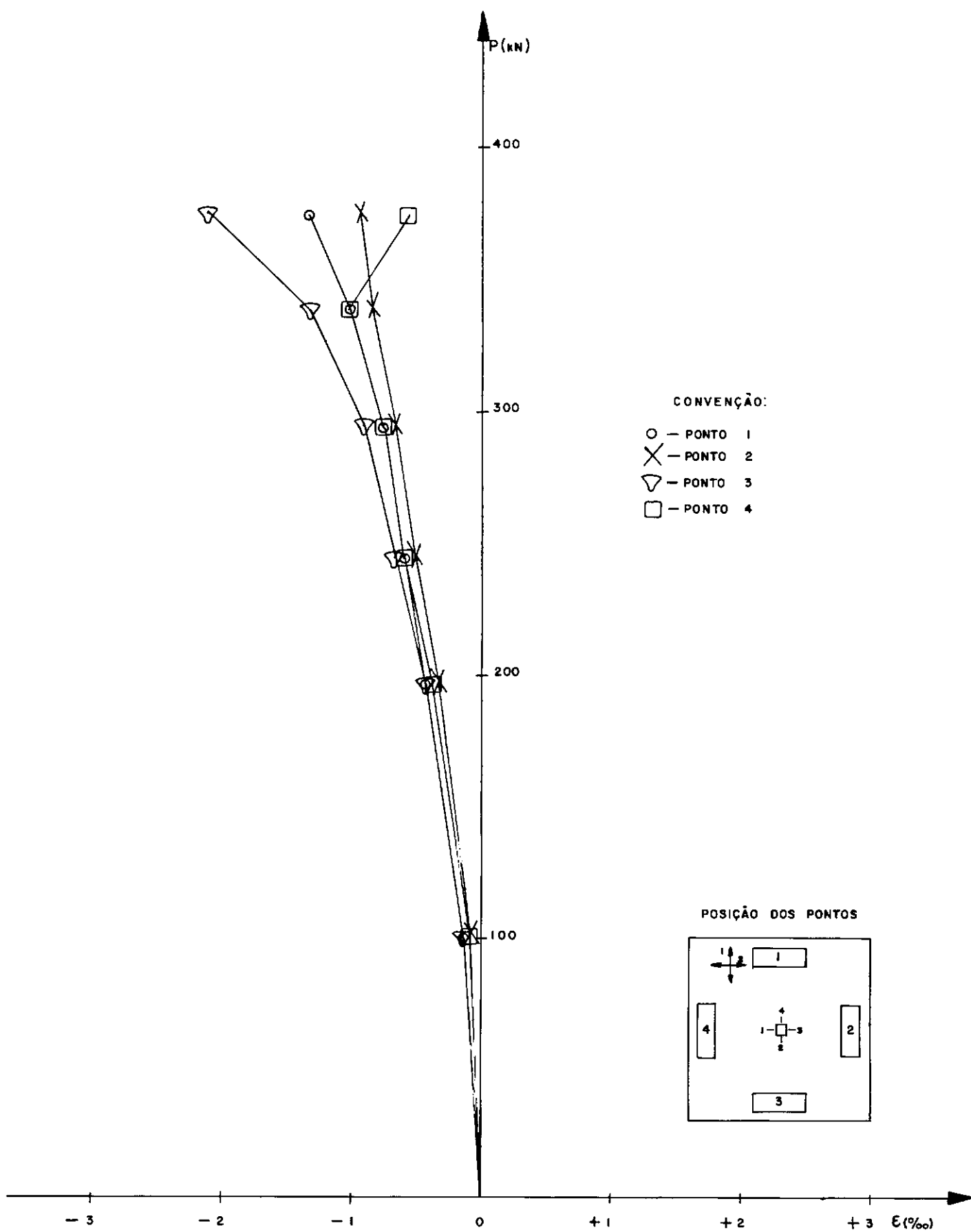


Fig. 4.12 - Carga-deformação - laje L1

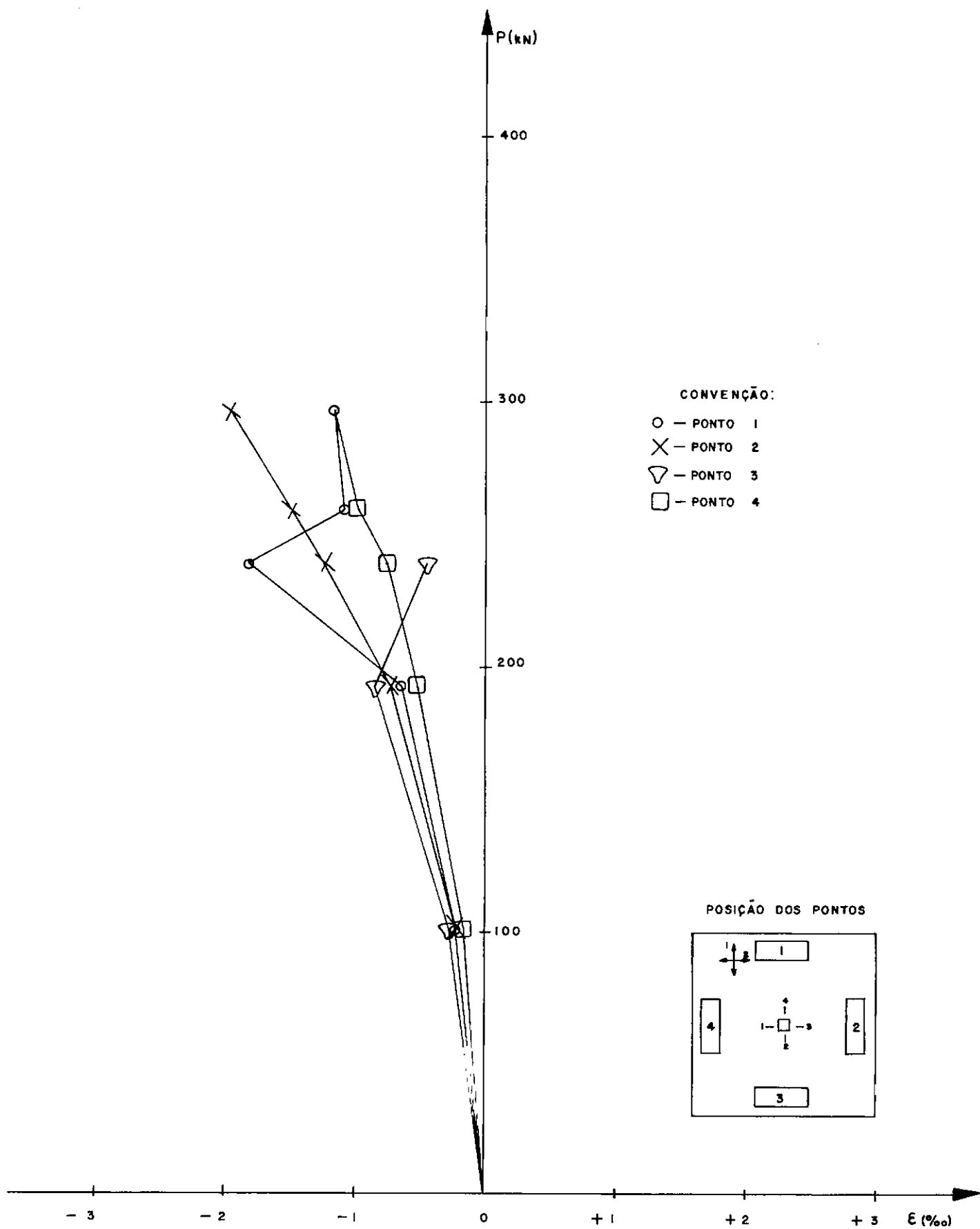


Fig. 4.13 - Carga-déformação - laje L2

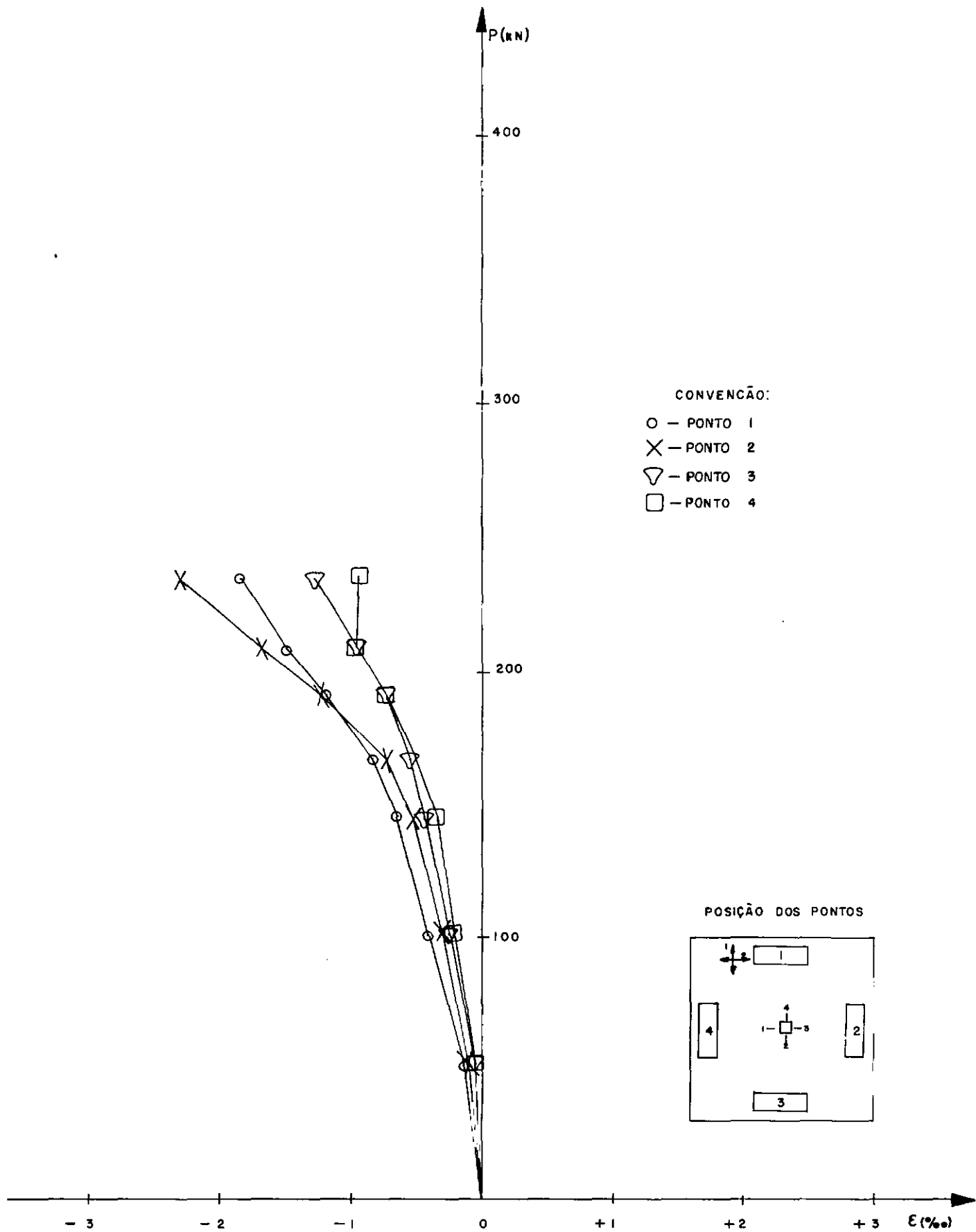


Fig. 4.14 - Carga-deformação - laje L3

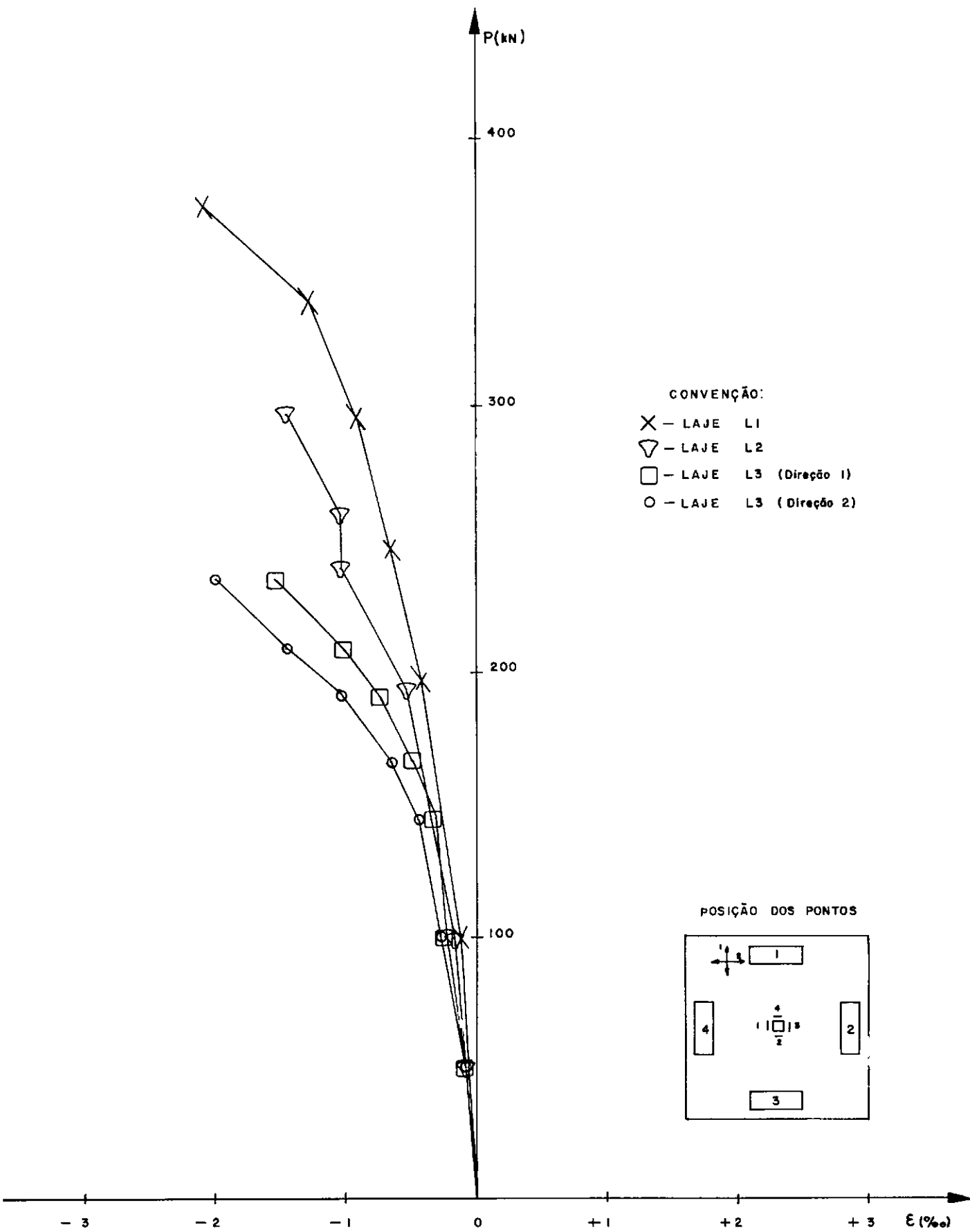


Fig. 4.15 - Carga-deformação - lajes L1, L2 e L3

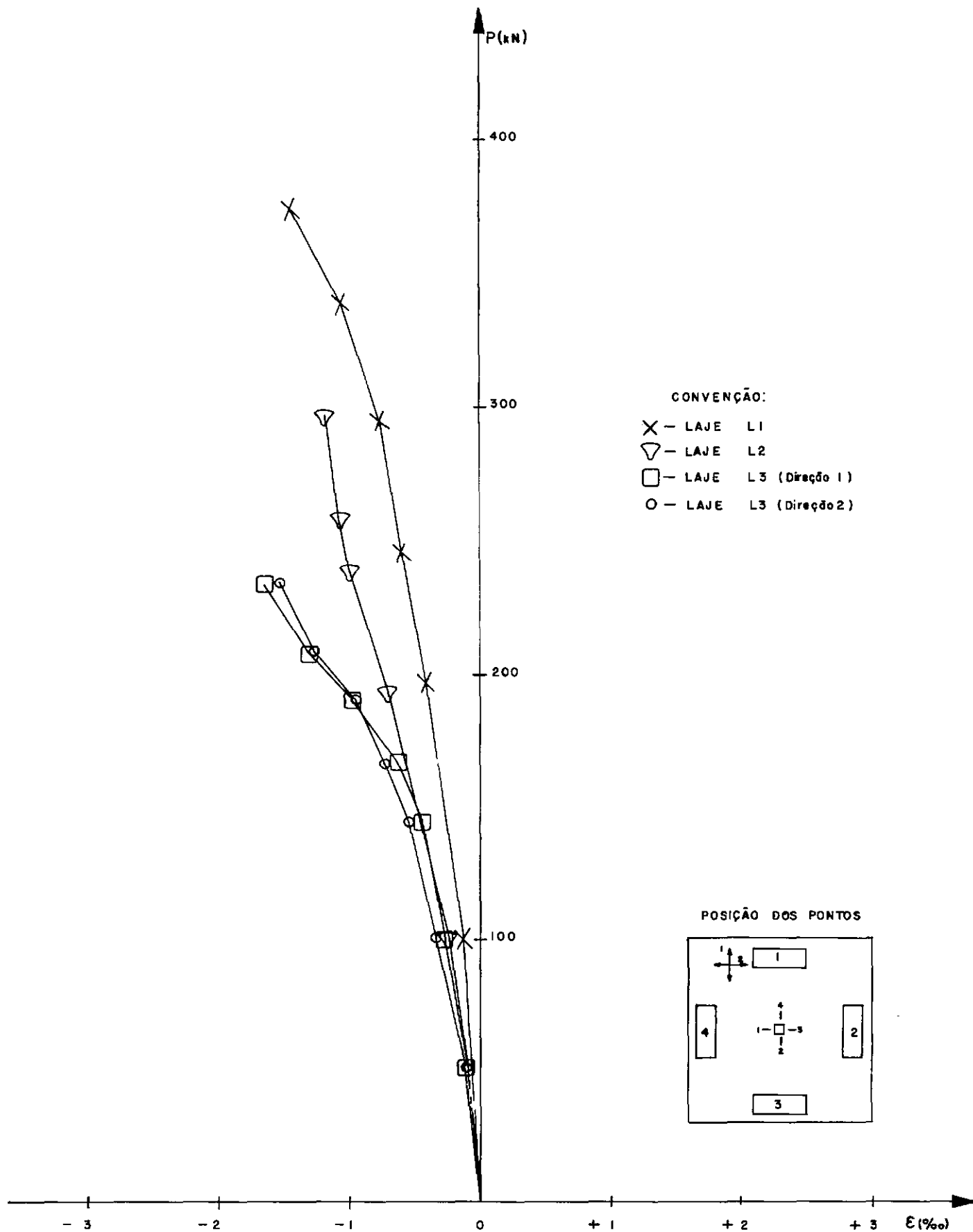


Fig. 4.16 - Carga-deformação - lajes L1, L2 e L3

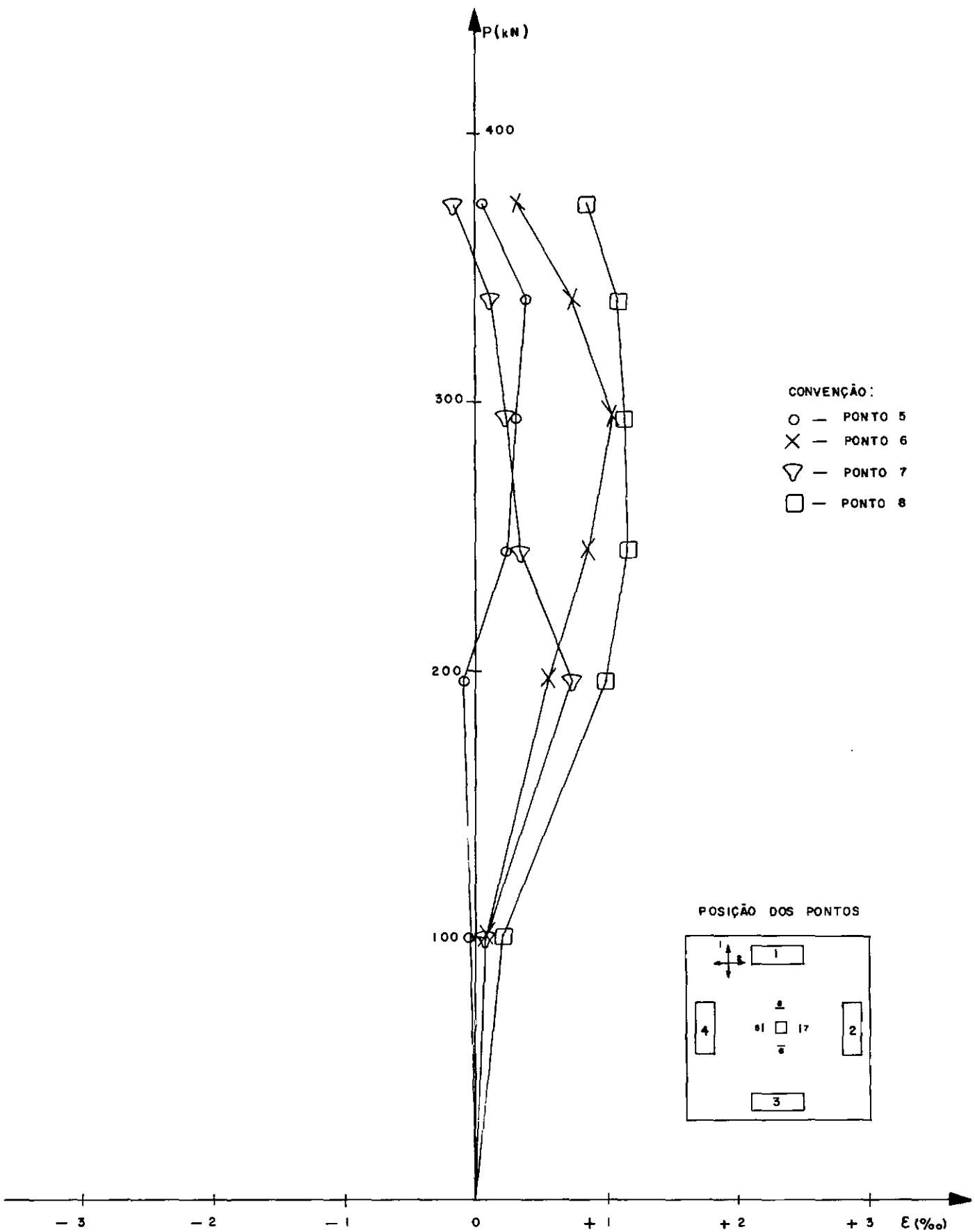


Fig. 4.17 - Carga-deformação - laje L1

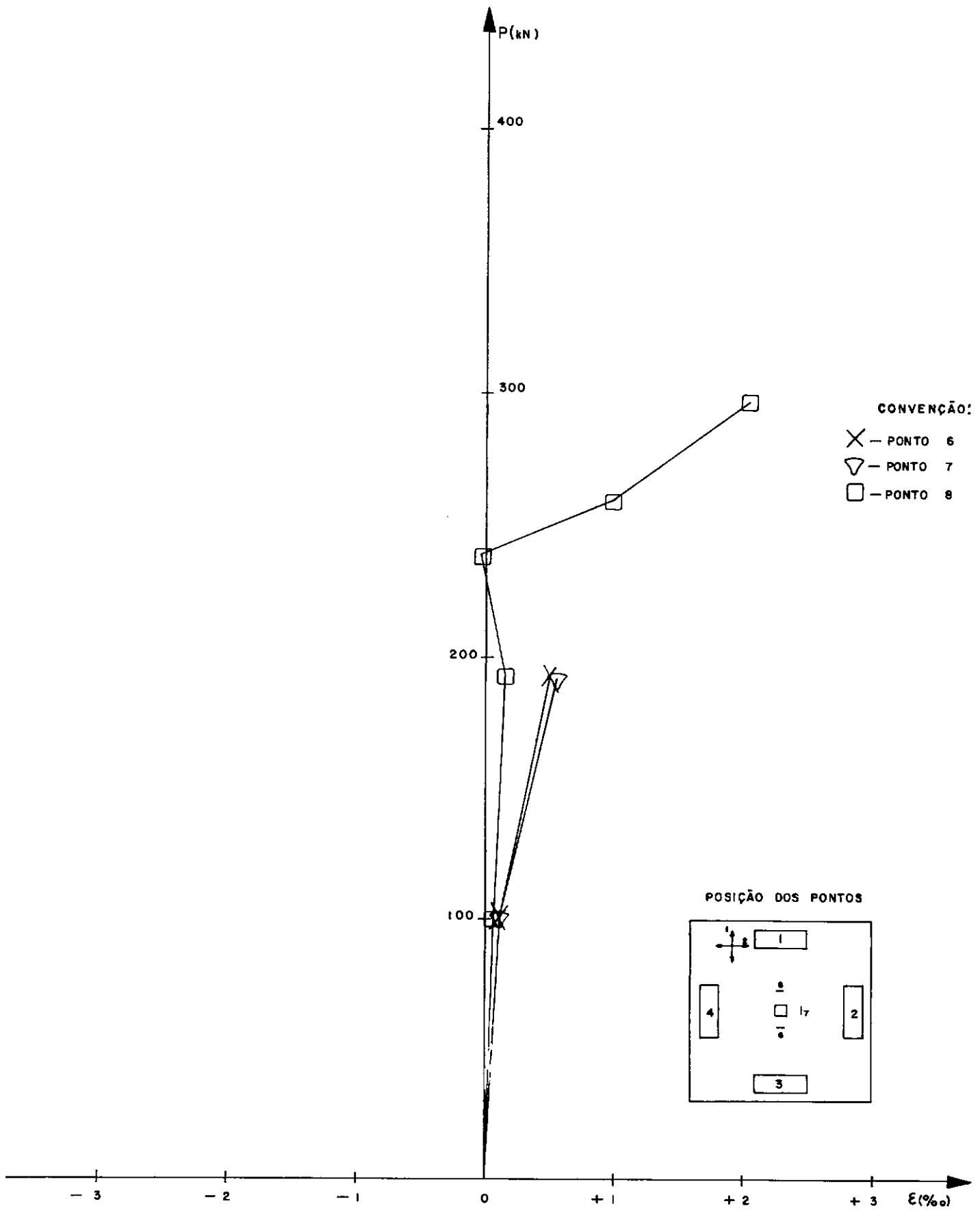


Fig. 4.18 - Carga-deformação - laje L2

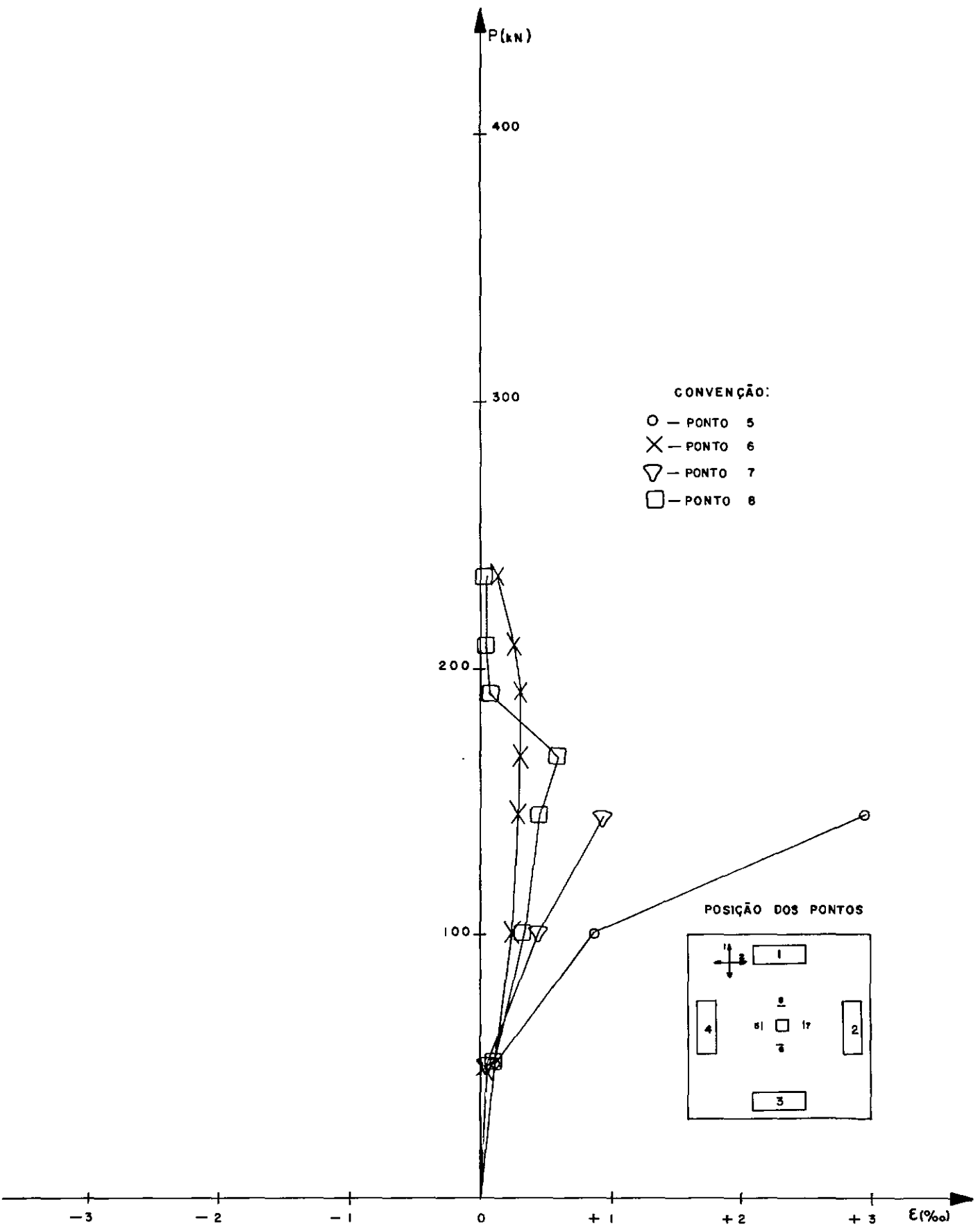


Fig. 4.19 - Carga-deformação - laje L3

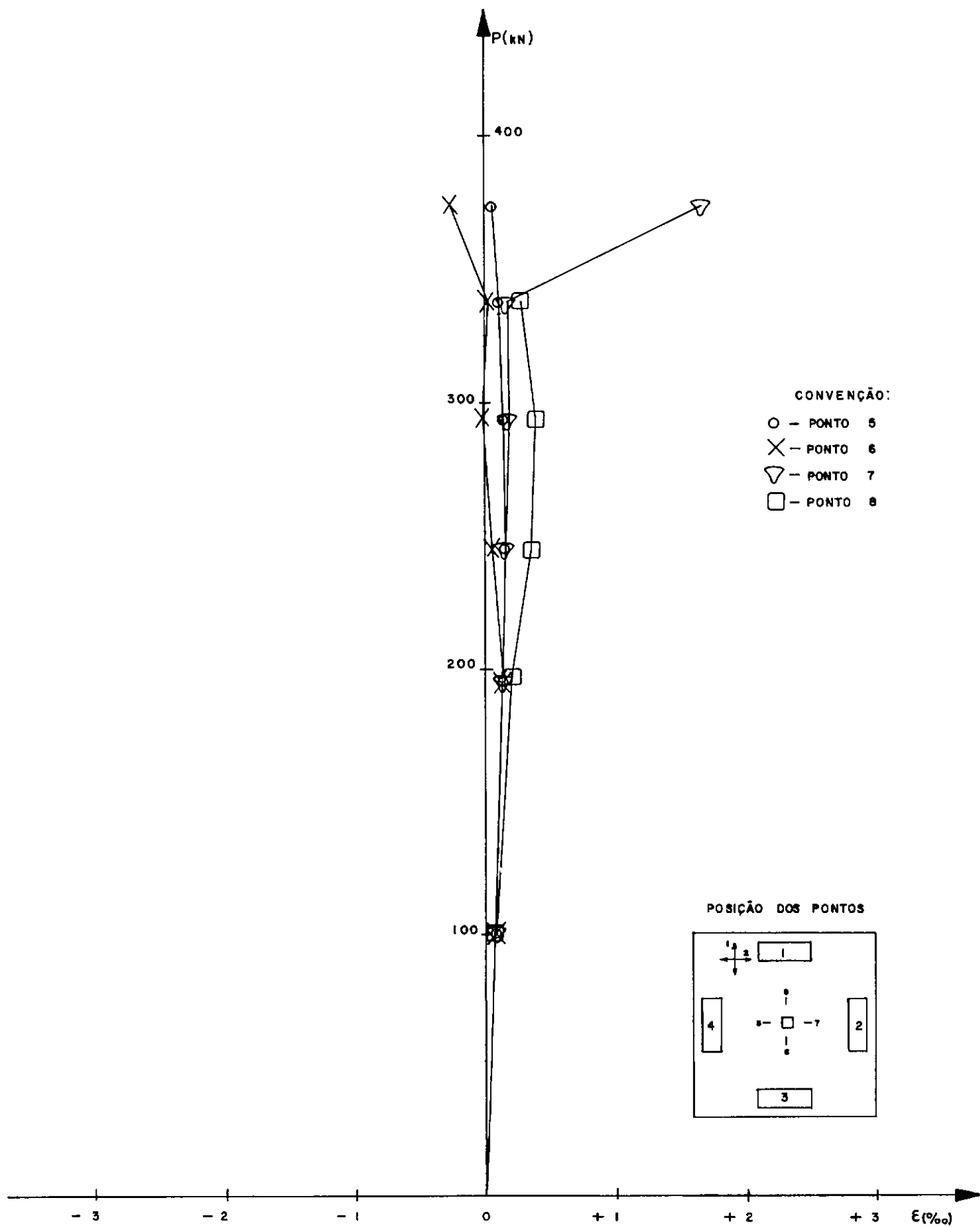


Fig. 4.20 - Carga-deformação - laje L1

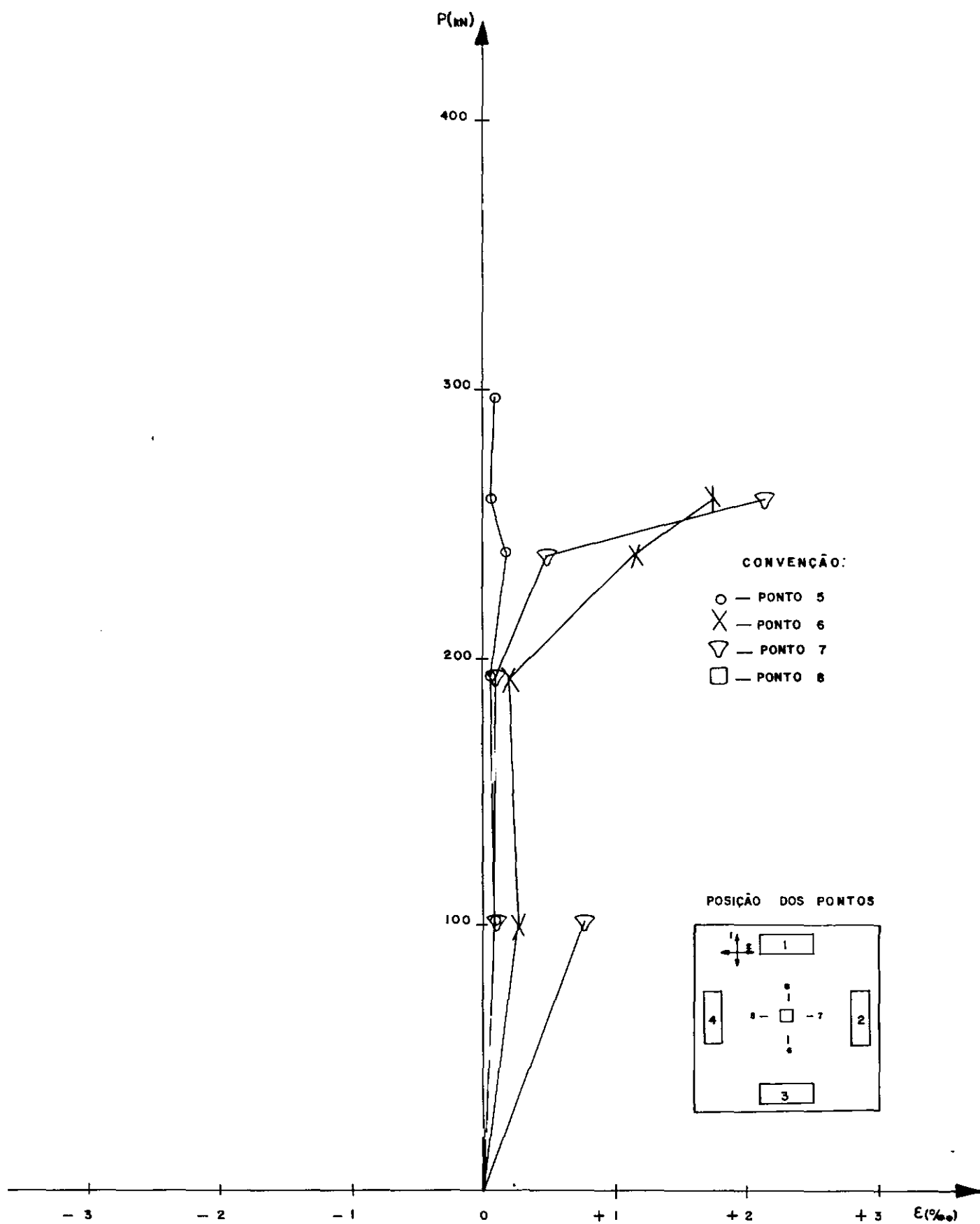


Fig. 4.21 - Carga-deformação - laje L2

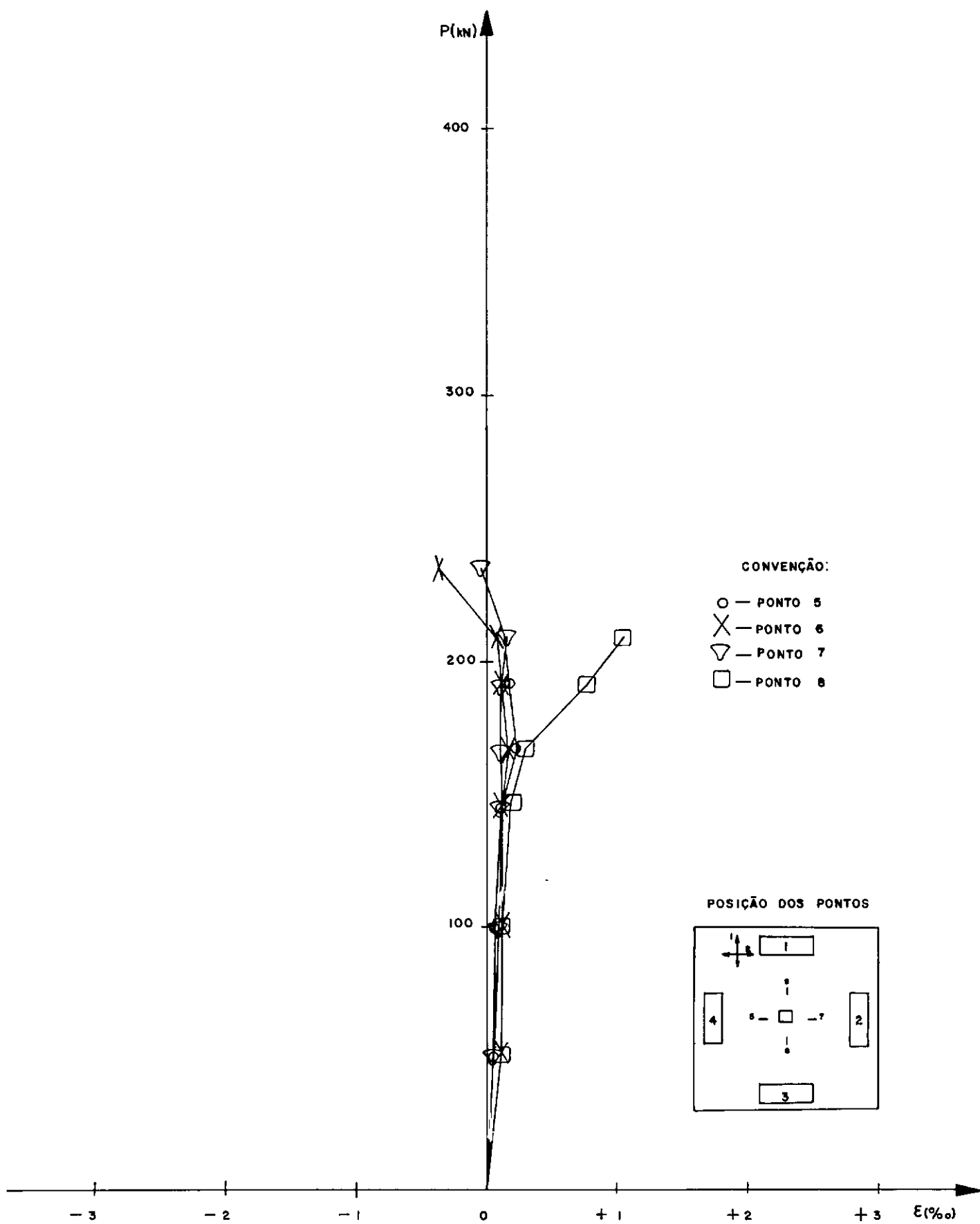


Fig. 4.22 - Carga-deformação - laje L3

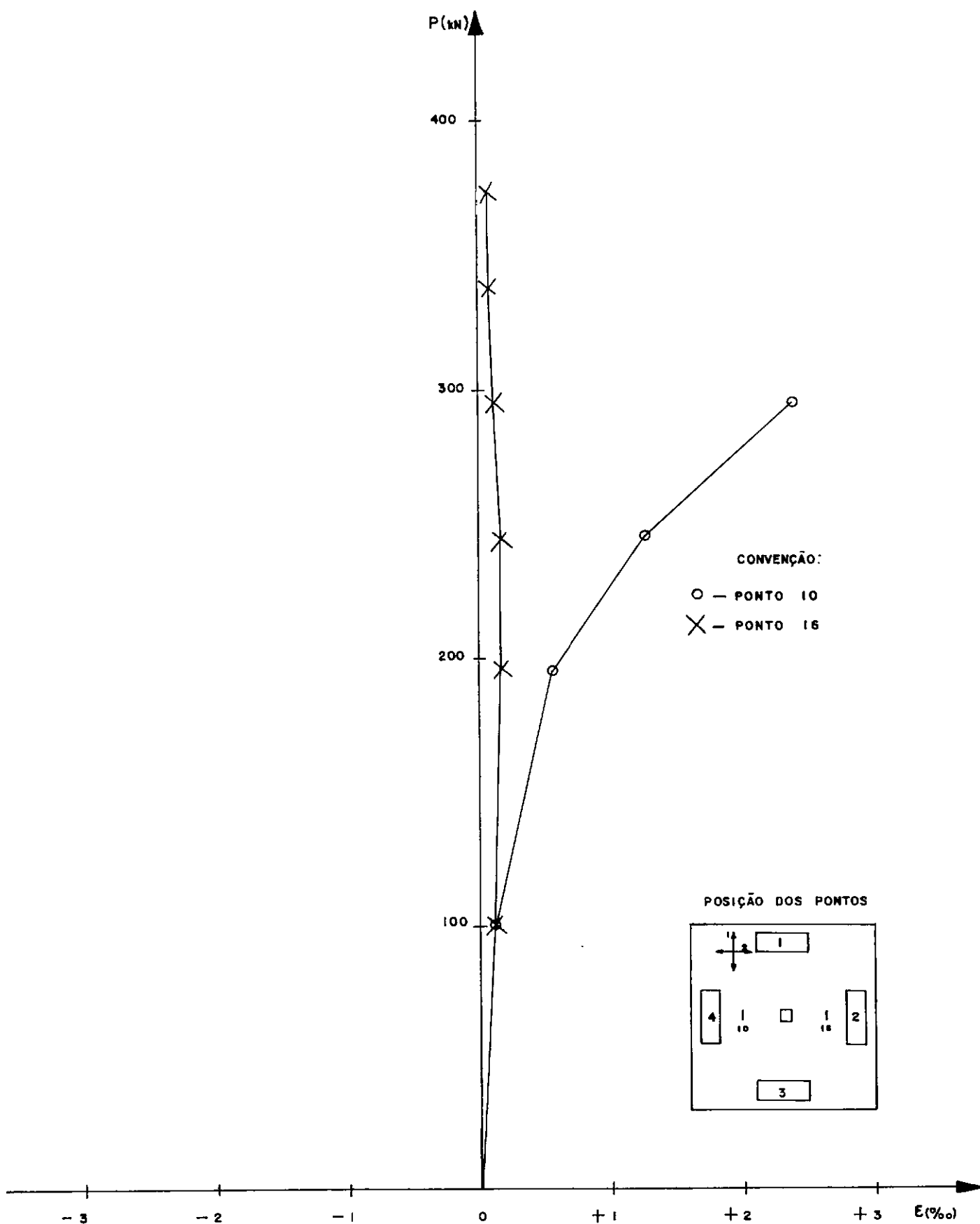


Fig. 4.23 - Carga-deformação - laje L1

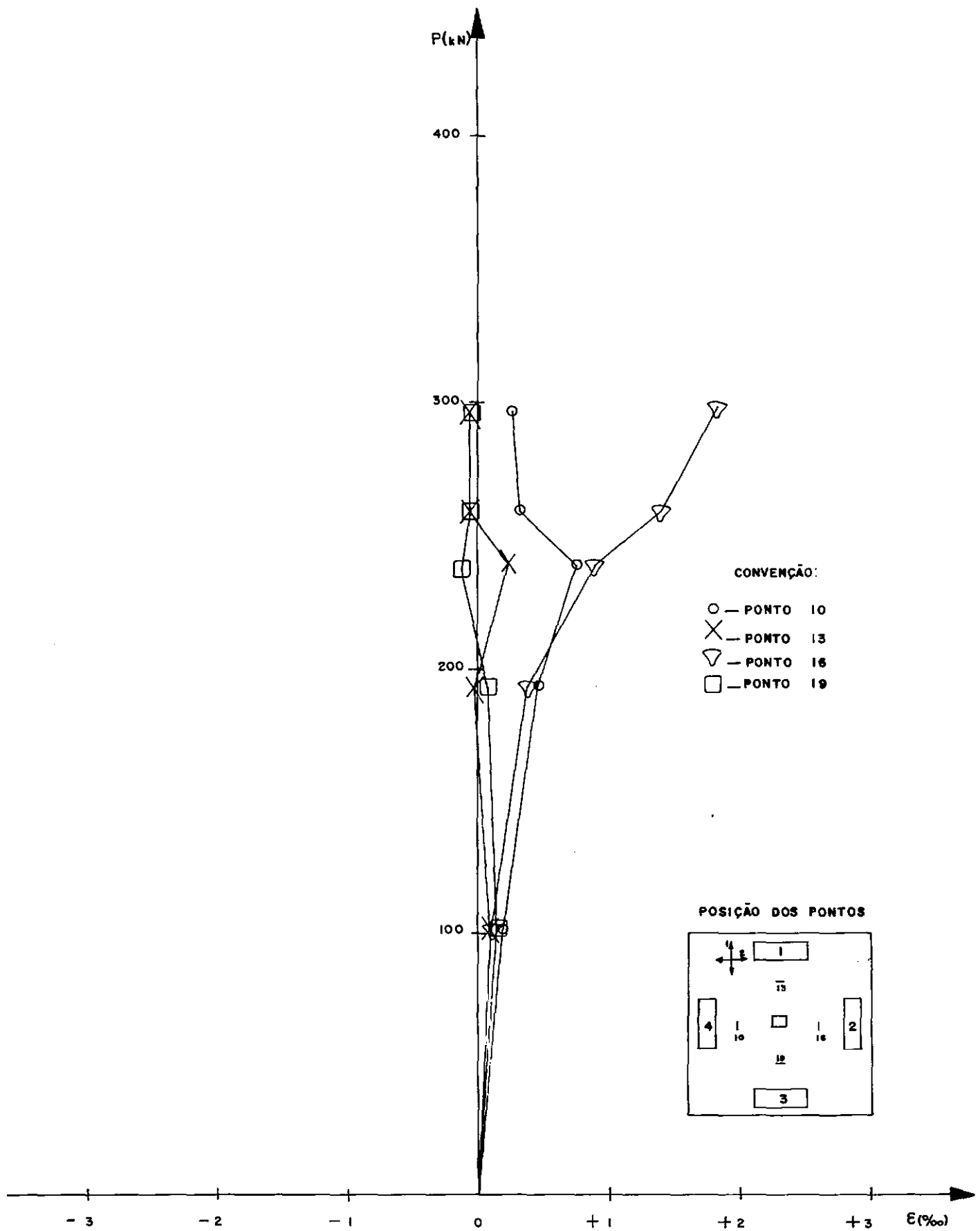
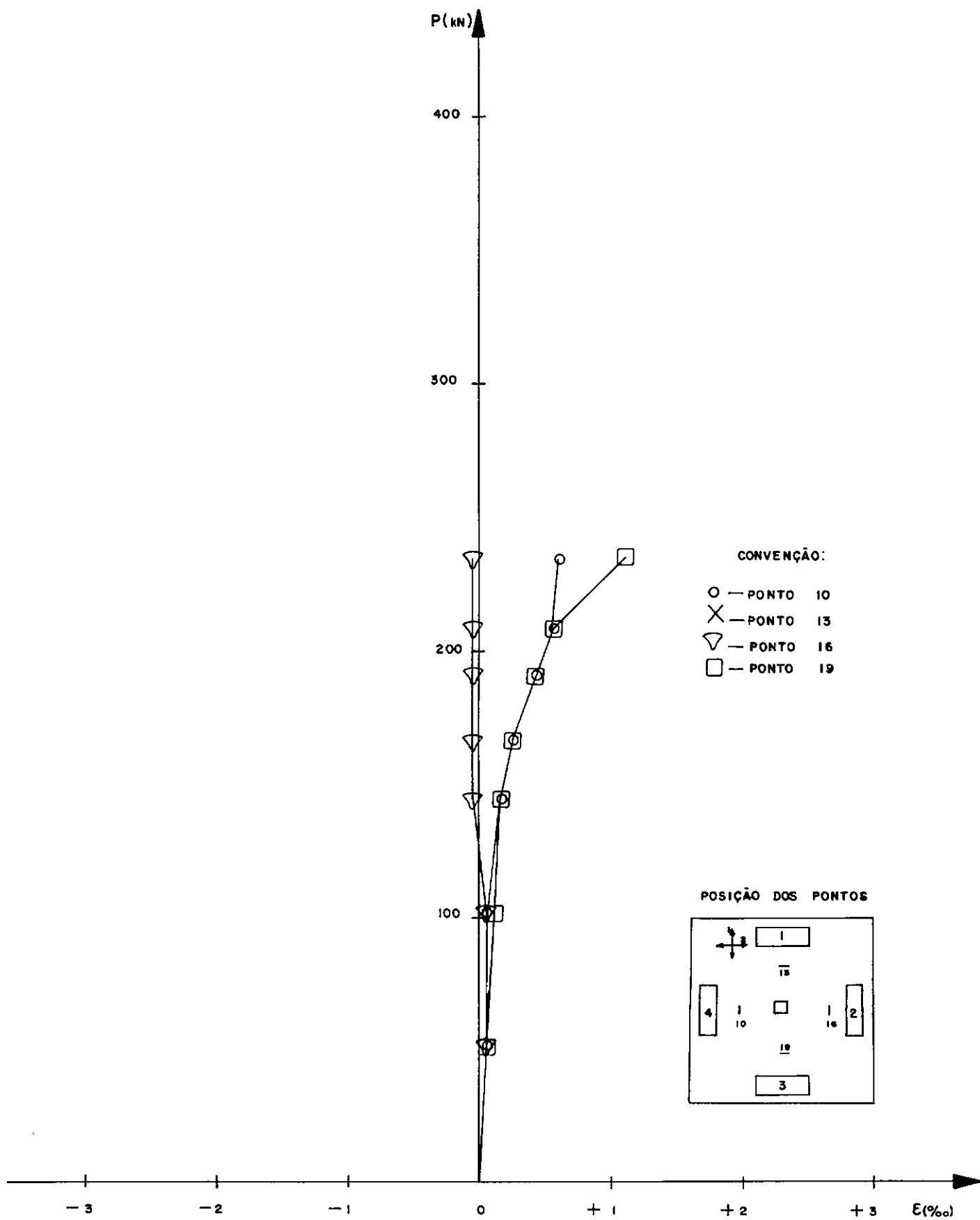


Fig. 4.24 - Carga-deformação - laje L2



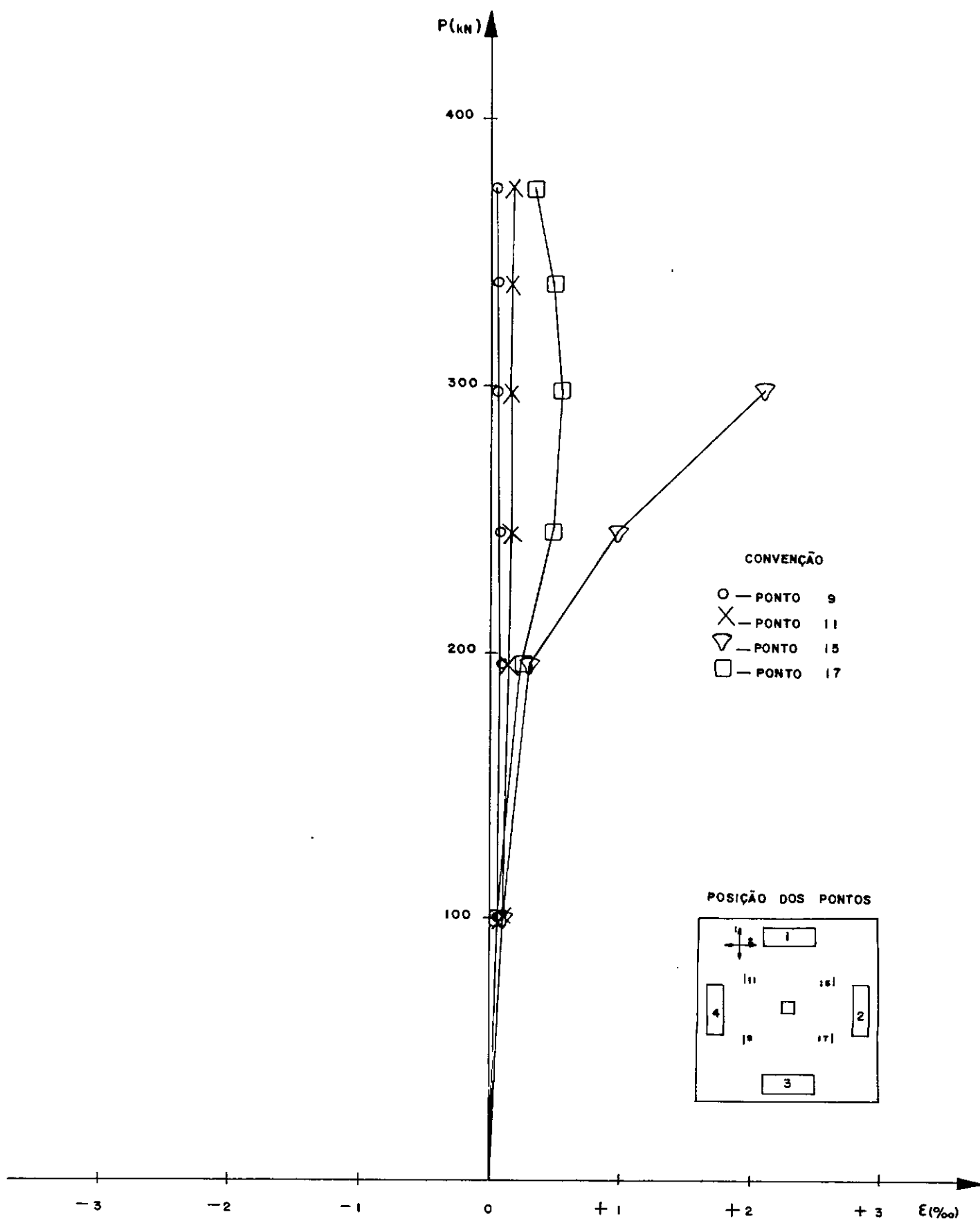


Fig. 4.26 - Carga-deformação - laje L1

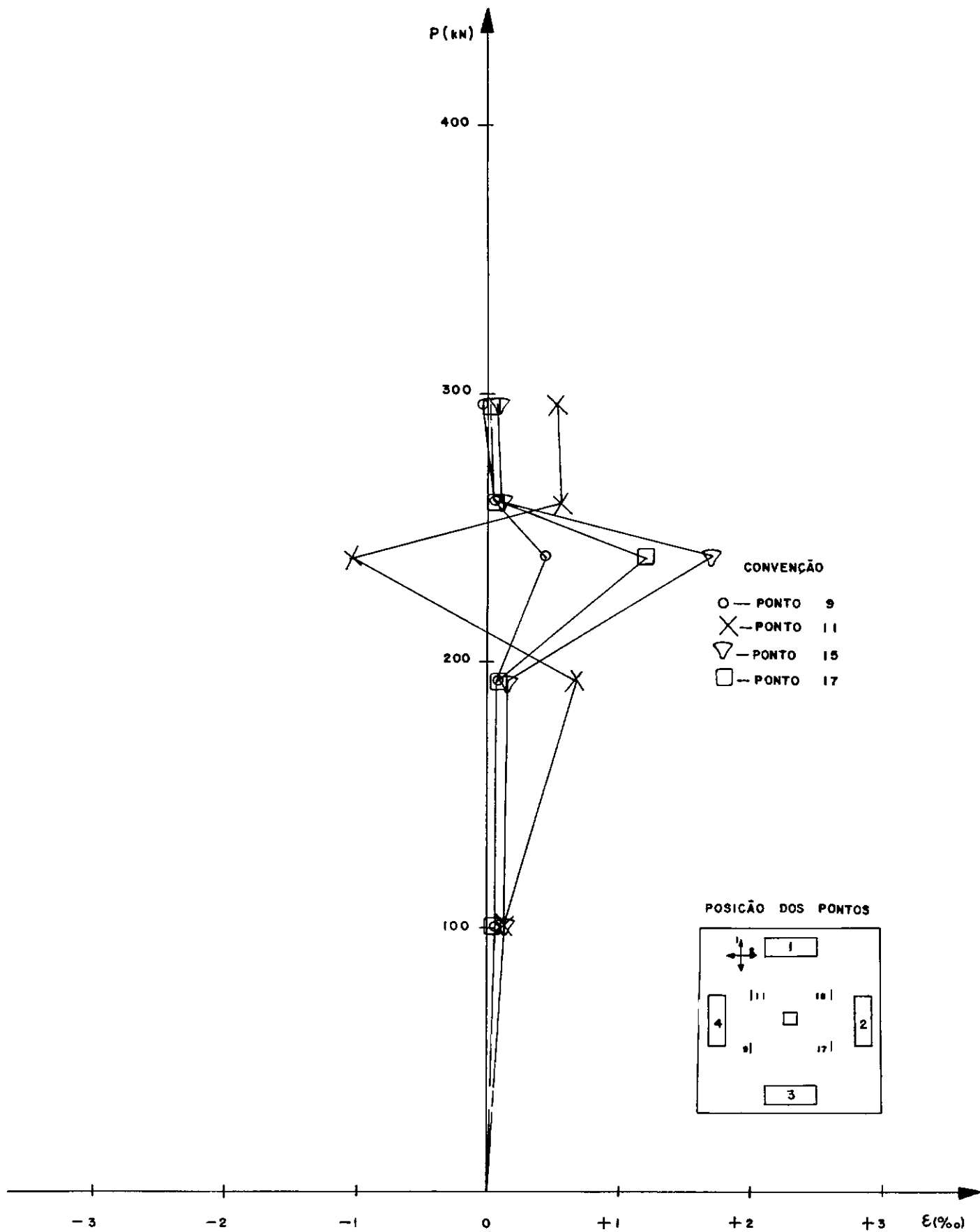


Fig. 4.27 - Carga-deformação - laje L2

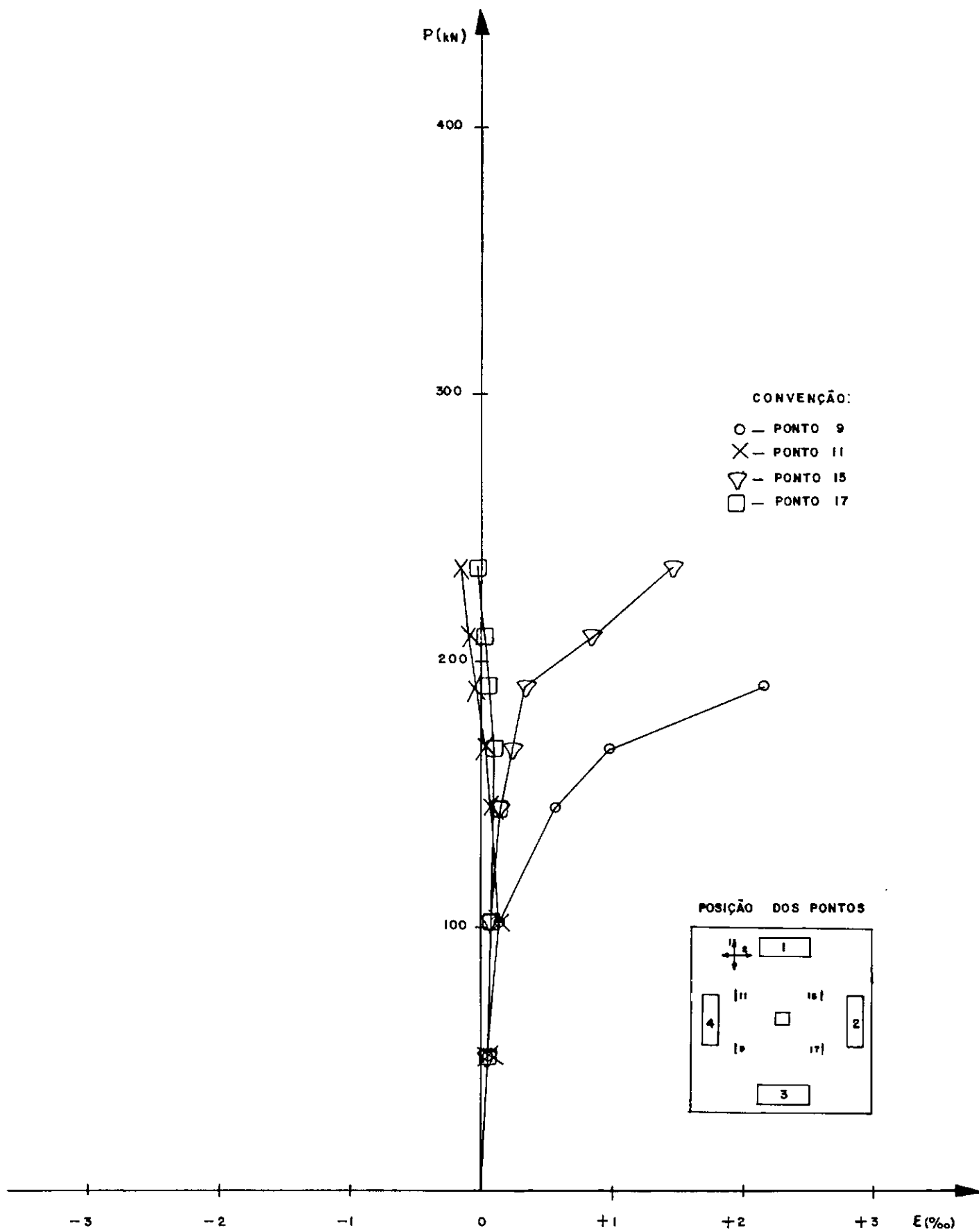


Fig. 4.28 - Carga-deformação - laje L3

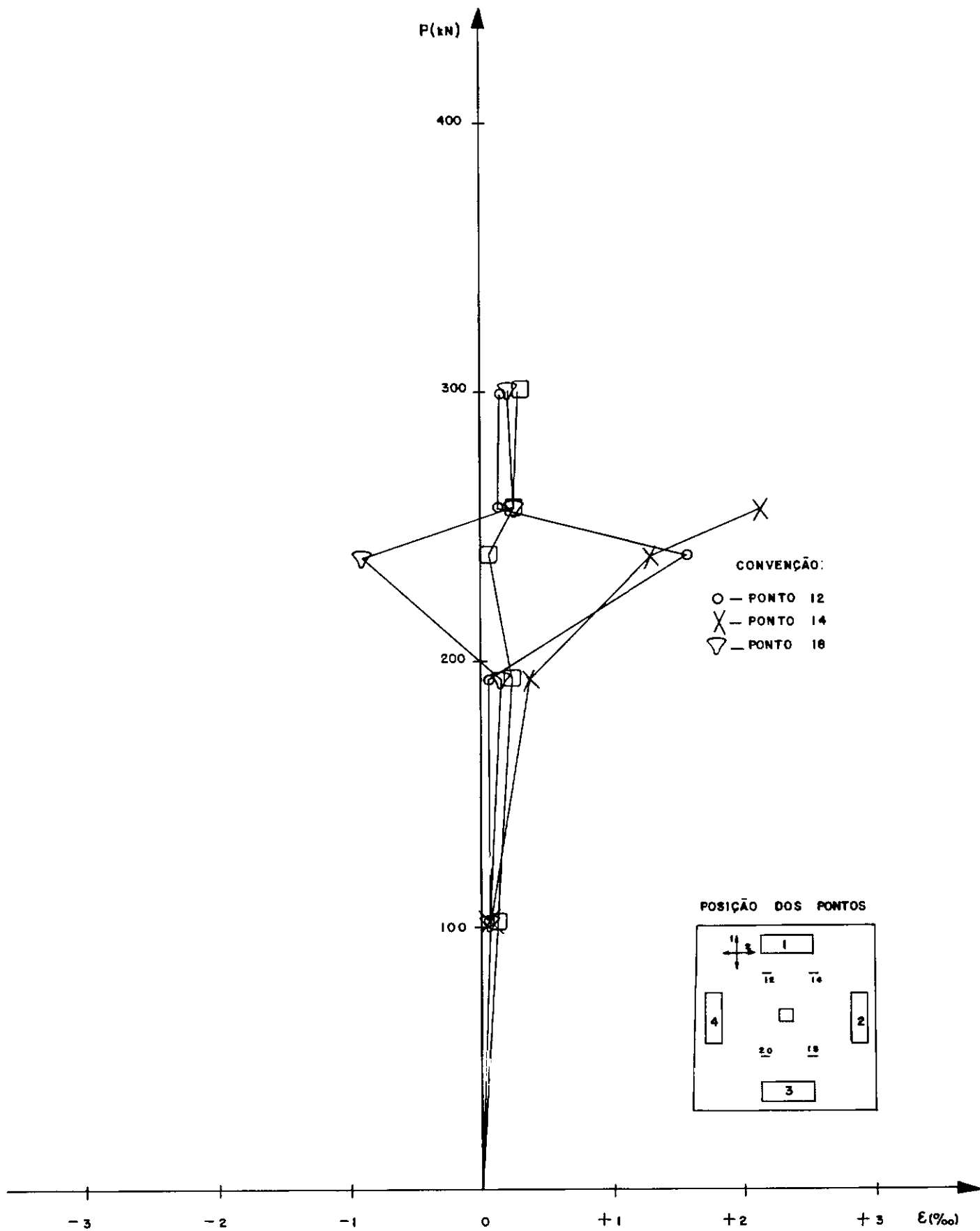


Fig. 4.29 - Carga-deformação - laje L2

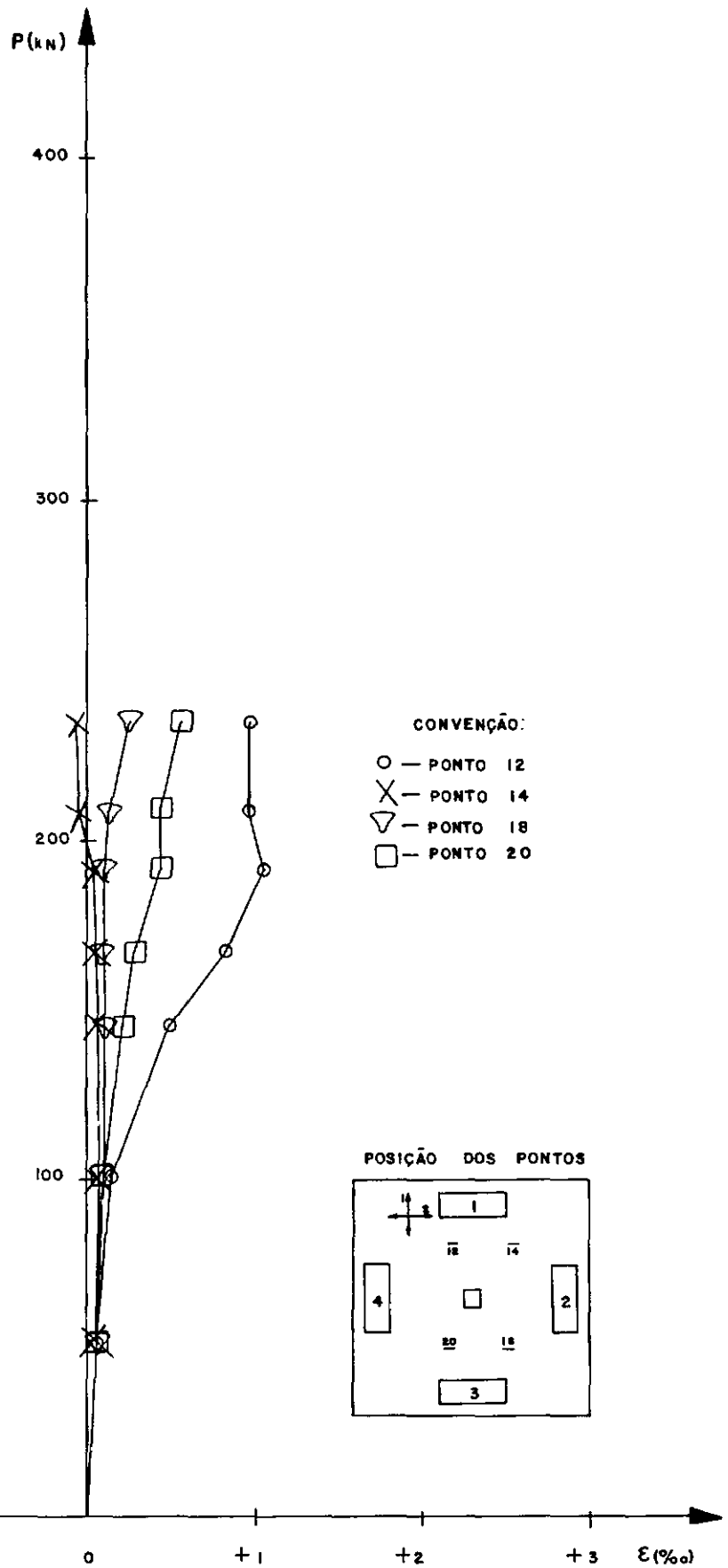


Fig. 4.30 - Carga-deformação - laje L3

Observando-se as figuras 4.17, 4.19, 4.20 e 4.22, que forneceram as deformações radiais e tangenciais nas faces superiores das lajes L1 e L3, em pontos próximos ao pilar, nota-se que as deformações na direção tangencial são maiores que na direção radial, o que justifica o início da fissuração com as fissuras radiais, só surgindo as fissuras tangenciais para incrementos de carga maiores.

4.2 - CARGAS DE RUPTURA

Para avaliação das cargas de ruptura foi considerada a força de protensão atuante no dia da realização do ensaio de cada laje.

4.2.1 - Tensão Inicial de Protensão

A tensão inicial de protensão foi determinada a partir dos alongamentos por ocasião da protensão (figura 3.7).

Variou-se a tensão de protensão nas três lajes, a fim de se estudar a influência deste parâmetro no funcionamento. Nas lajes L1 e L2 foi aplicada a mesma tensão nas duas direções. No entanto, para a laje L3 foi aplicada tensões diferentes nas duas direções.

O quadro 4.6 fornece, para cada laje, a tensão de protensão média medida. Para as cordoalhas que ainda se encontravam no regime elástico (direção I e II da laje L2 e direção II

da laje L3), essas tensões foram calculadas através da fórmula [a.7] (Apêndice A) a partir do alongamento medido na ocasião da protensão. Para as cordoalhas em regime plástico, a tensão de protensão inicial aplicada foi estimada através da curva tensão-deformação da cordoalha (figura 3.11).

QUADRO 4.6 - Tensões de protensão médias medidas

	σ_{pi} (MPa)	
	DIREÇÃO 1	DIREÇÃO 2
Laje L1	1580,0	1580,0
Laje L2	1191,0	1132,0
Laje L3	1565,0	1007,0

4.2.2 - Tensão de Protensão no Dia do Ensaio

As perdas de tensão de protensão foram calculadas de acordo com as fórmulas apresentadas no Apêndice A.

Os cálculos das perdas foram feitos para uma seção no meio da laje, ou seja, onde está situado o pilar. As perdas diferidas foram calculadas em um tempo t , após a protensão, correspondente à idade do concreto no dia do respectivo ensaio.

O quadro 4.7 apresenta as perdas imediatas, diferidas e a tensão final de protensão das lajes L1, L2 e L3.

QUADRO 4.7 - Perdas imediatas, diferidas e tensão final de protensão para as lajes L1, L2 e L3

		LAJE L1	LAJE L2	LAJE L3
DIREÇÃO 1	Perdas por atrito (MP_a)	108,4	94,2	123,6
	Perdas por desl. ancoragem (MP_a)	271,2	307,5	167,9
	Perdas diferidas (MP_a)	67,8	14,6	55,4
	$\sigma_{pf} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma(MP_a)$	1132,6	776,8	1218,1
DIREÇÃO 2	Perdas por atrito (MP_a)	108,4	89,4	79,7
	Perdas por desl. ancoragem (MP_a)	271,2	400,4	169,4
	Perdas diferidas (MP_a)	67,8	12,0	17,7
	$\sigma_{pf} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma(MP_a)$	1132,6	630,1	742,8

4.2.3 - Comparação de Resultados

No quadro 4.8 encontram-se os valores teóricos e experimentais das cargas de ruptura por puncionamento, correspondentes às lajes ensaiadas. A análise destes valores permite fazer as seguintes considerações:

- Sobre o ACI ^[4]

O Comitê ACI-ASCE 423 ^[4] recomenda limitar a tensão cisalhante última por uma equação que contém uma parcela função da resistência à compressão do concreto e uma outra parcela função da menor tensão de protensão.

QUADRO 4.8 - Cargas de ruptura

LAJES	CARGAS DE RUPTURA												
	EXPERIMENTAL P_e (kN)	TEÓRICAS (kN)											
		ACI		STUP		NB-1*		CEB*		MARTI ^{et} al*		LEONHARDT*	
		P	P/ P_e	P	P/ P_e	P	P/ P_e	P	P/ P_e	P	P/ P_e	P	P/ P_e
L1	374,5	283,0	0,76	283,0	0,76	210,0	0,56	232,0	0,62	305,8	0,82	310,0	0,83
L2	315,0	251,0	0,80	251,0	0,80	216,0	0,68	220,0	0,70	273,0	0,87	260,0	0,83
L3	245,0	245,0	1,00	245,0	1,00	197,5	0,81	190,0	0,78	249,0	1,01	220,0	0,90

* Não é considerada a influência da protensão no cálculo da carga de ruptura por puncionamento.

Os resultados calculados através dessa norma deram próximos dos obtidos experimentalmente. Sendo que, para as lajes L1 e L2, as cargas teóricas segundo o ACI foram, respectivamente, 24% e 20% menores do que as cargas de ruptura experimentais e para a laje L3, o valor de cálculo da carga de ruptura foi igual ao experimental.

- Sobre as recomendações da STUP [20]

A STUP recomenda um método de dimensionamento para lajes protendidas, igual ao do Comitê ACI-ASCE 423 [4].

- Sobre a NB-1/1978 [1]

Esta norma não considera a influência da protensão no dimensionamento de lajes protendidas, mas mesmo assim foi feita esta comparação.

O dimensionamento baseia-se na hipótese que a força cortante se distribui uniformemente na área limitada pelo perímetro crítico ($u_p.d$), sendo a tensão cisalhante uma função de $\sqrt{f_{cc}}$.

As cargas teóricas das lajes L1, L2 e L3 obtidas através desta norma foram, respectivamente 44%, 32% e 19% menores do que as obtidas experimentalmente.

- Sobre o CEB/1978 |⁸|

Nas recomendações do CEB/1978 não é considerada a influência da protensão no cálculo da carga de ruptura por punção, mas mesmo assim foi feita esta verificação.

A tensão cisalhante é limitada por uma equação que é função da resistência à compressão do concreto, da altura útil da laje e da armadura passiva.

As cargas teóricas das lajes L1, L2 e L3, calculadas de acordo com estas recomendações foram, respectivamente, 38%, 30% e 22% menores do que as cargas obtidas experimentalmente.

- Sobre Marti et al |¹⁶|

As cargas teóricas obtidas através deste método deram próximas das experimentais sendo que as das lajes L1 e L2 foram, respectivamente, 18% e 13% menores do que as cargas experimentais. A carga teórica da laje L3 foi igual à carga experimental.

- Sobre F. Leonhardt - E. Mönning |¹⁹|

Neste método de cálculo, a laje é decomposta em setores formados pelas fissuras radiais e tangenciais. A carga de ruptura por punção é calculada através do equilíbrio dos

esforços atuantes nestes setores. É também considerada a armadura passiva.

As cargas teóricas para as lajes L1, L2 e L3 foram, respectivamente, 17%, 17% e 10% menores do que as cargas experimentais.

- O número reduzido de ensaios e o número de parâmetros que variaram nos ensaios impossibilitam uma análise com conclusões definitivas sobre o assunto.

No que diz respeito a comparação dos resultados teóricos com os experimentais pode-se afirmar que:

1. A norma do ACI ^[4] (e por conseguinte o método da STUP ^[20]), e os métodos propostos nos trabalhos dos autores Marti et al ^[16] e Leonhardt e Mönnig ^[13] forneceram resultados bastante satisfatórios.
2. Baseado nas comparações realizadas no quadro 4.8, verifica-se que as normas CEB/1978 ^[8] e NB-1/1978 ^[1] forneceram resultados conservativos.

Como já foi dito anteriormente é impossível evidenciar a influência da protensão no funcionamento de lajes protendidas, com base nos resultados dos ensaios realizados. Isto porque a dimensão do pilar e a resistência à compressão do concreto não foram mantidas constantes de ensaio para ensaio.

Visando, mesmo assim, apresentar elementos para uma análise posterior mais aprofundada da influência destes parâmetros foi feito o quadro 4.9. Neste quadro são apresentados para as lajes ensaiadas as dimensões dos pilares, a resistência à compressão do concreto, a tensão de protensão, as cargas de punção experimentais e as cargas de punção experimentais reduzidas. Uma destas cargas de punção reduzida é traduzida pela relação entre os valores experimentais da carga de ruptura por punção e o produto do perímetro crítico pela a resistência à compressão do concreto. A outra o denominador desta relação contém o produto do perímetro crítico pela raiz quadrada da resistência à compressão.

QUADRO 4.9 - Dimensões dos pilares, resistência à compressão do concreto, tensão de protensão, P_e , $P_e/\mu_p \cdot f_{cc}$ e $P_e/\mu_p \cdot \sqrt{f_{cc}}$ para as lajes L1, L2 e L3
(unidades: N e mm)

LAJES	DIMENSÕES DOS PILARES	RESIST.À COMP. DO CONCRETO	TENSOES DE PROTENSÃO		P_e	$\frac{P_e}{d \cdot \mu_p \cdot f_{cc}}$	$\frac{P_e}{d \cdot \mu_p \cdot \sqrt{f_{cc}}}$
			DIR. 1	DIR. 2			
L1	150 x 150	32,1	1132,6	1132,6	374500	0,090	0,54
L2	200 x 200	23,4	776,8	630,1	315000	0,090	0,44
L3	200 x 200	19,5	1218,1	742,8	245000	0,085	0,38

Os resultados da coluna $P_e/\mu_p \cdot f_{cc}$ do quadro 4.9 sugere a proporcionalidade entre a carga de ruptura P_e e a resistência à compressão do concreto. Ainda baseado nestes resultados, a tensão de protensão não influenciaria na carga de ruptura.

Por outro lado, convém acrescentar que uma análise do quadro 4.8 através das comparações dos resultados teóricos (norma do ACI) e experimentais levaria a se admitir que a protensão influencia, juntamente com a resistência à compressão do concreto, na carga de ruptura por punção. No entanto, uma conclusão definitiva não pode ser apresentada não só pelo número reduzido de ensaios e pelo número de parâmetros que variaram nos ensaios, mas também por não ter sido realizado um ensaio de uma laje não protendida.

4.3 - MODOS DE RUPTURA

As figuras 4.31, 4.32, 4.33, 4.34 e 4.35 apresentam as lajes após a ruptura.



Fig. 4.31 - Ruptura - laje L1



Fig. 4.32 - Ruptura - laje L1



Fig. 4.33 - Ruptura - laje L_1



Fig. 4.34 - Ruptura - laje L_2



Fig. 4.35 - Ruptura - laje L3

A ruptura das lajes foram bruscas, principalmente da laje L1 que tinha a maior tensão de protensão nas duas direções da laje.

A ruptura da laje L2 foi semelhante a da laje L3 com a laje L2 sendo submetida a uma tensão de protensão aproximadamente igual nas duas direções e a laje L3 com tensões de protensão diferentes nas duas direções. Sendo que a menor tensão de protensão na laje L3 era aproximadamente igual à da laje L2.

As figuras 4.36, 4.37 e 4.38 apresentam os ângulos dos troncos de cone de ruptura das lajes L1, L2 e L3. Estes ângulos foram determinados pelas suas tangentes que, por sua vez, foram calculadas levando-se em consideração as distâncias da face do pilar até a fissura principal (na ruptura) mais externa.

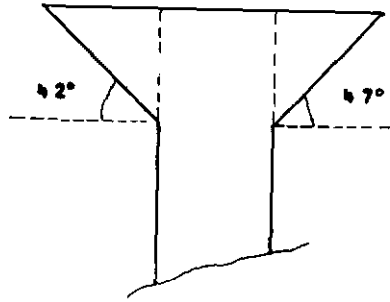


Fig. 4.36a - Direção 1

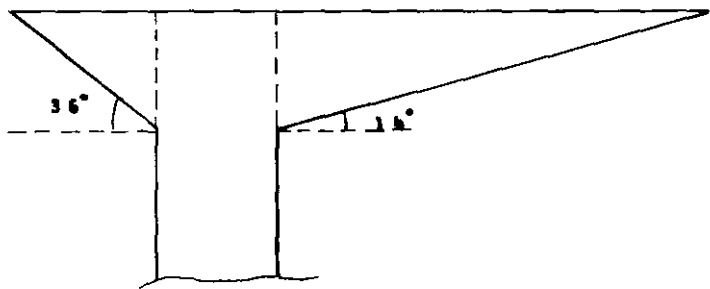


Fig. 4.36b - Direção 2

Fig. 4.36 - Ângulos do tronco de cone de ruptura - laje L1

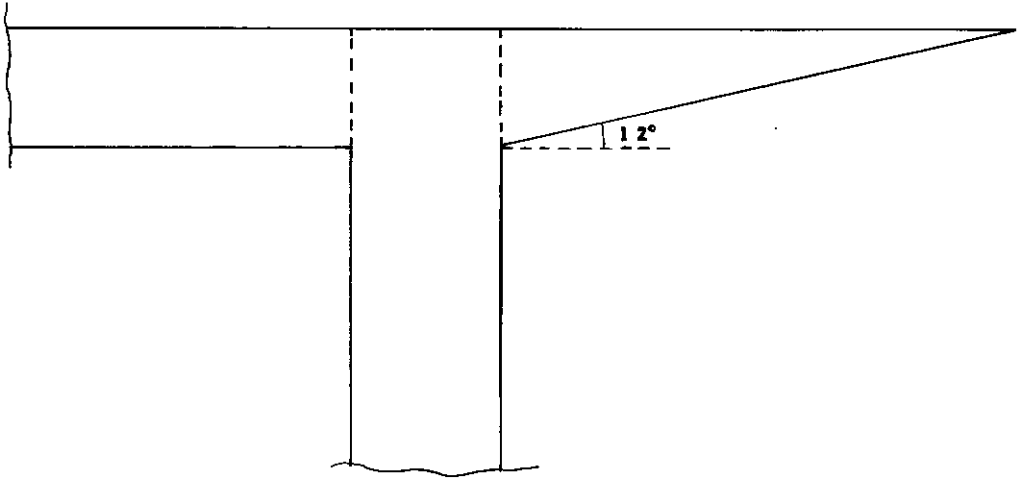


Fig. 4.37a - Direção 1

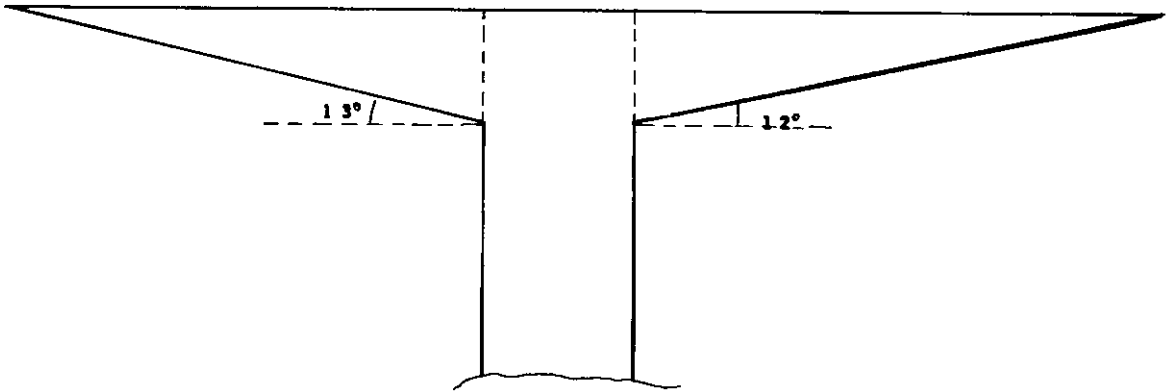


Fig. 4.37b - Direção 2

Fig. 4.37 - ângulos do tronco de cone de ruptura - laje L2

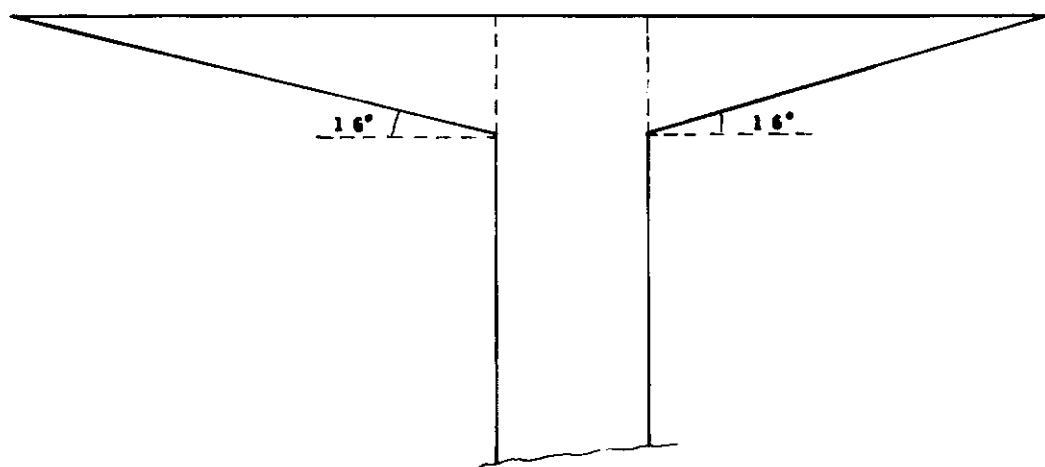


Fig. 4.38a - Direção 1

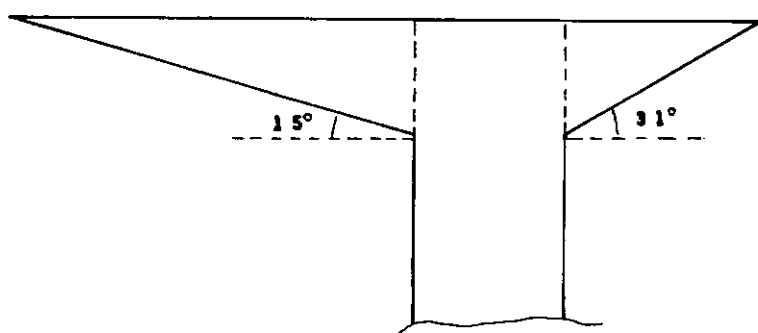


Fig. 4.38b - Direção 2

Fig. 4.38 - Ângulos do tronco de cone de ruptura - laje L3

A resistência ao puncionamento varia com o ângulo formado pela superfície de ruptura e o plano da laje. Quando o puncionamento é provocado predominantemente por força concentrada, como é o caso das lajes ensaiadas, a inclinação da superfície de ruptura é de aproximadamente 30° com o plano da laje^[10]. Este "Complements au Code-Modèle CEB-FIP 1978" no capítulo que trata do puncionamento acrescenta que quando surgem outros efeitos como caso da "contrapressão" em sapatas de fundação este ângulo é superior a 30° , em geral, no caso de sapatas em torno de 45° .

Os resultados experimentais encontrados para a inclinação da superfície de ruptura por puncionamento com o plano da laje foram em geral inferiores a 45° . Os valores experimentais desta inclinação variaram de 12° a 47° .

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

5.1 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

a) O método de dimensionamento proposto pelo Comitê ACI-ASCE 423 |⁴| forneceu resultados de carga de ruptura por punção satisfatórios quando comparados com os resultados das lajes ensaiadas.

A STUP |²⁰| recomenda um método de dimensionamento para lajes protendidas sem armadura transversal igual ao apresentado pelo Comitê ACI-ASCE 423 |⁴|.

As relações entre as cargas teóricas obtidas através deste método e as cargas experimentais (P/P_e) variaram entre 0,76 e 1,00.

b) O dimensionamento segundo as Normas Brasileiras NB-1/1978 |¹|, para o caso das lajes protendidas ensaiadas, conduziu a resultados conservativos.

As relações P/P_e , para este método de dimensionamento, variaram entre 0,56 e 0,81.

c) O dimensionamento segundo as recomendações do CEB/1978 |⁸| forneceu, no caso das lajes ensaiadas, resultados conservativos.

Para este método de dimensionamento, as relações P/P_e variaram entre 0,62 e 0,78.

d) As cargas teóricas obtidas através do método proposto por Marti et al ^[16] forneceram resultados satisfatórios.

Neste método, as relações P/P_e variaram entre 0,82 e 1,01.

e) As cargas obtidas através do dimensionamento proposto no livro de F. Leonhardt e E. Mönnig ^[13] forneceram resultados satisfatórios.

As relações P/P_e , para este método de dimensionamento, variaram entre 0,83 e 0,90.

f) Chama-se a atenção para o fato de que toda a análise dos resultados se baseou nos parâmetros obtidos nos ensaios e que os coeficientes de segurança das diversas normas estudadas não foram levados em conta nos cálculos efetuados. Pode ser que com a aplicação dos critérios de segurança, normas que eram aparentemente menos conservadoras venham a se tornar mais conservadoras.

g) No caso das lajes ensaiadas, quanto menor a resistência à compressão do concreto e a tensão de protensão, tanto maior foram as relações P/P_e em todos os métodos de dimensionamento aqui utilizados.

h) Devido ao pequeno número de ensaios realizados e a variação dos parâmetros que influenciam na carga de ruptura por punção não se pode tirar conclusões definitivas sobre a influência destes parâmetros. Mas uma análise dos ensaios realizados sugere a existência de uma proporcionalidade entre a carga de ruptura e a resistência à compressão do concreto. A influência da protensão só poderá ser realmente verificada com a continuação desta pesquisa.

5.2 - PROJETO PARA CONTINUAÇÃO DA PESQUISA

Para se verificar a influência da protensão na carga de punção recomenda-se a continuação desta pesquisa através de ensaios de lajes com as mesmas dimensões das lajes ensaiadas, variando-se somente a tensão de protensão aplicada. Recomenda-se também o ensaio de uma laje não protendida com as mesmas dimensões das outras, para se tirar conclusões definitivas sobre a influência deste parâmetro.

Recomenda-se também o estudo da influência dos seguintes parâmetros:

- dimensões dos pilares;
- resistência à compressão do concreto;
- espessura da laje;

- armadura passiva.

Convém salientar aqui também a importância de se estudar o funcionamento de pilares de bordo e de canto.

APÊNDICE A

PERDAS DE PROTENSÃO

Para as armaduras protendidas foram considerados os seguintes fatores que influem na diminuição da tensão dos fios de protensão:

- às perdas instantâneas, que ocorrem durante a protensão;
- as perdas diferidas, produzidas pelo comportamento reológico do concreto e do aço.

a.1 - PERDAS INSTANTÂNEAS | 9 |, |13 |, |14 |

a.1.1 - Perdas por Atrito

A diminuição da força de protensão inicial devido ao atrito entre o cabo e a bainha, segundo o CEB-FIP/1978¹⁹ é dado por:

$$\Delta P_x = P_i \left| 1 - e^{-\mu \left(\frac{\alpha}{x} + \Delta \alpha \right) x} \right| \quad (a.1)$$

Ou seja:

$$P_x = P_i - \Delta P_x \quad (a.2)$$

Onde:

ΔP_x - perda de protensão por atrito na seção considerada, distante x do ponto de aplicação do instrumento de protensão.

P_i - força de protensão inicial.

μ - coeficiente de atrito entre o cabo e a bainha.

α - soma dos valores absolutos dos desvios dos cabos de protensão até a seção considerada.

$\Delta\alpha$ - desvios parasitas dos cabos de protensão.

P_x - força de protensão na seção considerada.

No caso de cabo reto, $\alpha = 0$ a diminuição da força de protensão será dada por:

$$\Delta P_x = P_i (1 - e^{-\mu \Delta\alpha x}) \quad (a.3)$$

Como para qualquer seção, a força de protensão é dada pelas fórmulas (a.1) e (a.2), tem-se (Figura a.1):

$$\int_0^{\ell} \sigma_p(x) dx = \int_0^{\ell} \sigma_{pi} e^{-(\mu \frac{\alpha}{x} + p \Delta\alpha)x} dx \quad (a.4)$$

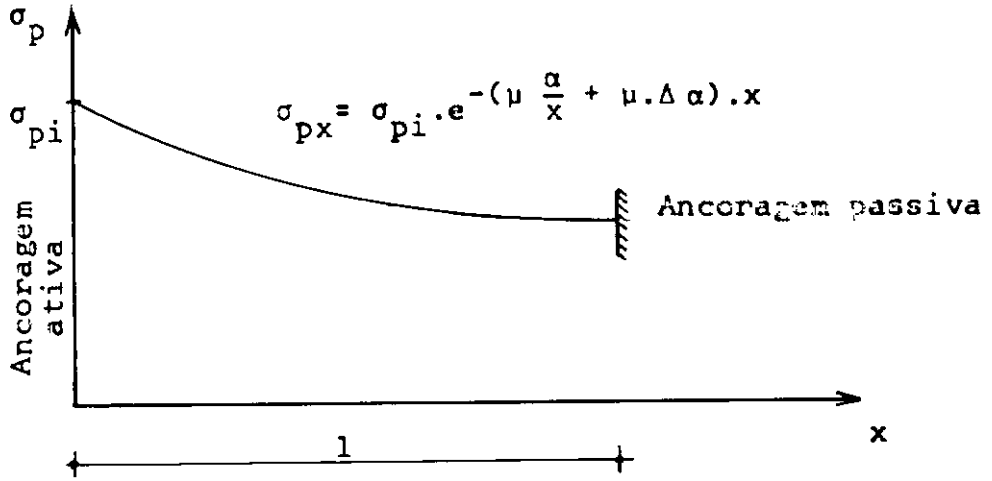


Fig. a.1 - Tensão de protensão ao longo de um cabo de protensão

Ao se admitir o alongamento do aço dentro do regime elástico, pode-se escrever:

$$\int_0^{\ell} \sigma_p(x) dx = \int_0^{\ell} E_p \cdot \epsilon_p dx = E_p \int_0^{\ell} \epsilon_p \cdot dx = E_p \cdot \Delta \ell_p \quad (a.5)$$

Onde:

E_p - módulo de deformação longitudinal da armadura de protensão

ϵ_p - deformação unitária da armadura de protensão.

$\Delta \ell_p$ - alongamento da armadura de protensão.

Na protensão com aderência posterior, utilizando-se o processo Freyssinet, o alongamento $\Delta\ell$ medido na protensão é o deslocamento relativo entre a face da peça e uma referência no aço de protensão. Portanto, o que se mede é o alongamento do aço somado ao encurtamento do concreto.

O encurtamento do concreto, devido à força de protensão aplicada é muito menor que o alongamento do aço. Adotando-se, então, $\Delta\ell_p = \Delta\ell$ e igualando-se as expressões (a.4) e (a.5), tem-se:

$$E_p \cdot \Delta\ell = \int_0^{\ell} \sigma_{pi} e^{-(\mu \frac{\alpha}{x} + \mu \Delta\alpha)x} dx \quad (a.6)$$

Admite-se, aproximadamente, que o cabo de protensão é representado por uma parábola com $\alpha = v \cdot x$, sendo v uma constante da parábola. A tensão inicial de protensão na extremidade ativa, antes da cravação é obtida pela seguinte expressão:

$$\sigma_{pi} = E_p \cdot \Delta\ell \frac{\mu(v + \Delta\alpha)}{1 - e^{-\mu(v + \Delta\alpha)\ell_p}} \quad (a.7)$$

Onde:

$\Delta\ell$ é o alongamento medido na protensão.

No caso de cabo reto ($v = 0$), a tensão inicial de protensão na extremidade ativa é dada por:

$$\sigma_{pi} = E_p \cdot \Delta l \frac{\mu \Delta \alpha}{1 - e^{-\mu \Delta \alpha l_p}} \quad (a.8)$$

a.1.2 - Perdas por Deslizamento na Ancoragem

O deslizamento nos cabos durante a cravação do cone macho na ancoragem provoca uma diminuição da tensão de protensão.

As expressões que fornecem os valores das perdas de protensão devido ao deslizamento na ancoragem foram estabelecidas no caso deste efeito se propagar até uma distância menor ou maior que o comprimento do cabo.

Sendo ℓ_p o comprimento do cabo e supondo o comprimento de influência menor que ℓ_p , tem-se (Figura a.2):

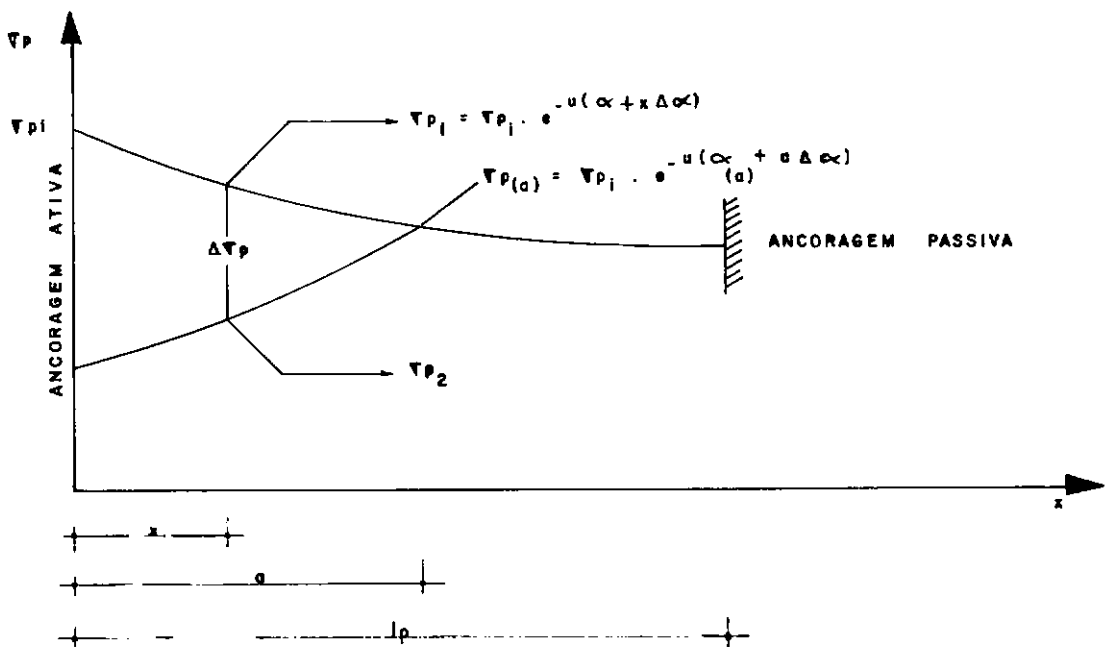


Fig. a.2 - Perdas por deslizamento na ancoragem ($a < \ell_p$)

$$\sigma_{p2} = \sigma_{p(a)} \times e^{-\mu|\alpha|_{(a-x)} + (a-x)\Delta\alpha|}$$

$$\sigma_{p2} = \sigma_{pi} e^{-\mu|\alpha|_{(a)} + a \cdot \Delta\alpha|} \cdot e^{-\mu|\alpha|_{(a-x)} + (a-x)\Delta\alpha|}$$

$$\sigma_{p2} = \sigma_{pi} e^{-\mu|2\alpha|_{(a)} - \alpha + 2a \Delta\alpha - x \Delta\alpha|} \quad (a.9)$$

Para o aço de protensão trabalhando dentro do regime elástico, o valor do deslizamento na ancoragem, conforme Figura a.2, é fornecido pela seguinte expressão:

$$\Delta a = \frac{1}{E_p} \int_0^a (\sigma_{p1} - \sigma_{p2}) dx \quad (a.10)$$

Fazendo $\alpha = vx$, temos:

$$\Delta a = \frac{1}{E_p} \int_0^a \left| \sigma_{pi} e^{-\mu(xv+x\Delta\alpha)} - \sigma_{pi} e^{-\mu(2av-vx+2a\Delta\alpha-x\Delta\alpha)} \right| dx \quad (a.11)$$

Desenvolvendo a expressão (a.11), encontra-se:

$$a = - \frac{1}{\mu(v+\Delta\alpha)} \ln \left| 1 \pm \sqrt{\frac{\Delta a \cdot E_p \cdot \mu(v+\Delta\alpha)}{\sigma_{pi}}} \right| \quad (a.12)$$

É considerada a solução que fornece o comprimento de influência com o sinal positivo

$$a = - \frac{1}{\mu(v+\Delta\alpha)} \ln \left| 1 - \sqrt{\frac{\Delta a \cdot E_p \cdot \mu(v+\Delta\alpha)}{\sigma_{pi}}} \right| \quad (a.13)$$

No caso de cabo reto ($v = 0$), o comprimento de influência é dado por:

$$a = -\frac{1}{\mu \Delta \alpha} \ln \left| 1 - \sqrt{\frac{\Delta a \cdot E_p \cdot \mu \cdot \Delta \alpha}{\sigma_{pi}}} \right| \quad (a.14)$$

Portanto, como se observa na Figura a.2, o valor da perda será dado por:

$$\Delta \sigma_{px} = \sigma_{pi} e^{-\mu x(v+\Delta \alpha)} \left| 1 - e^{2\mu x(v+\Delta \alpha)} \left(1 - 2 \sqrt{\frac{\Delta a \cdot E_p \cdot \mu (v+\Delta \alpha)}{\sigma_{pi}}} + \frac{\Delta a \cdot E_p \cdot \mu (v+\Delta \alpha)}{\sigma_{pi}} \right) \right| \quad (a.15)$$

Quando o cabo é reto ($v = 0$), a perda de tensão devida ao deslizamento na ancoragem será dada por:

$$\Delta \sigma_{px} = \sigma_{pi} e^{-\mu x \Delta \alpha} \left| 1 - e^{2\mu x \Delta \alpha} \left(1 - 2 \sqrt{\frac{\Delta a \cdot E_p \cdot \mu \cdot \Delta \alpha}{\sigma_{pi}}} + \frac{\Delta a \cdot E_p \cdot \mu \cdot \Delta \alpha}{\sigma_{pi}} \right) \right| \quad (a.16)$$

Sendo o comprimento de influência calculado pela fórmula (a.12) maior que ℓ_p , tem-se (Figura a.3).

$$\Delta a = \frac{1}{E_p} \int_0^{\ell_p} (\sigma_{pi} e^{-\mu x(v+\Delta \alpha)} - \sigma_{p\ell_p} e^{-\mu(\ell_p-x)(v+\Delta \alpha)}) dx \quad (a.17)$$

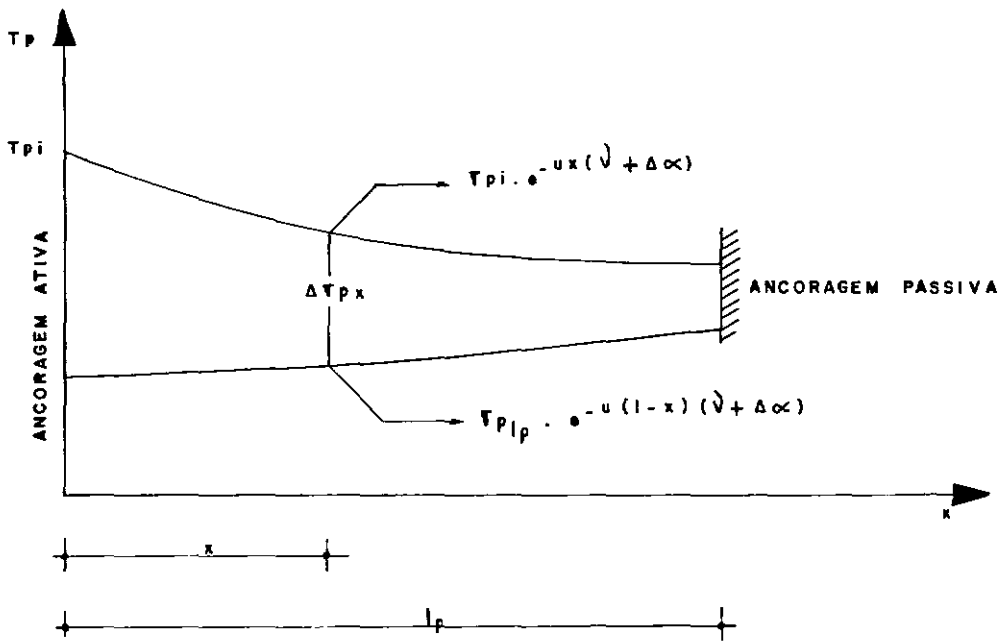


Fig. a.3 - Perdas por deslizamento na ancoragem ($a > l_p$)

Desenvolvendo a expressão (a.17), chega-se:

$$\sigma_{pl_p} = \sigma_{pi} - \frac{\Delta a E_p \cdot \mu (\nu + \Delta \alpha)}{1 - e^{-\mu l_p (\nu + \Delta \alpha)}} \quad (a.18)$$

No caso de cabo reto:

$$\sigma_{pl_p} = \sigma_{pi} - \frac{\Delta a E_p \cdot \mu \cdot \Delta \alpha}{1 - e^{-\mu l_p \cdot \Delta \alpha}} \quad (a.19)$$

O valor da perda será dada por:

$$\Delta \sigma_{px} = \sigma_{pi} \cdot e^{-\mu x (\nu + \Delta \alpha)} - \frac{e^{-\mu (l_p - x) (\nu + \Delta \alpha)}}{1 - e^{-\mu l_p (\nu + \Delta \alpha)}} \left[\sigma_{pi} (1 - e^{-\mu l_p (\nu + \Delta \alpha)}) - \Delta a \cdot E_p \cdot \mu \cdot (\nu + \Delta \alpha) \right] \quad (a.20)$$

Para cabos retos:

$$\Delta\sigma_{px} = \sigma_{pi} \cdot e^{-\mu x \cdot \Delta\alpha} - \frac{e^{-\mu(\ell_p - x) \cdot \Delta\alpha}}{1 - e^{-\mu \ell_p \cdot \Delta\alpha}} \left| \sigma_{pi}(1 - e^{-\mu \ell_p \cdot \Delta\alpha}) - \Delta a \cdot E_p \cdot \mu \cdot \Delta\alpha \right| \quad (a.21)$$

a.1.3 - Perdas por Deformação Instantânea do Concreto

O encurtamento do concreto produzido pela protensão de determinados cabos provoca uma perda de tensão nos cabos já ancorados. Ou seja, são perdas por deformação do concreto devido a não simultaneidade da protensão.

Para as três lajes L1, L2 e L3 não foi considerada esta perda por deformação instantânea do concreto na avaliação da força de protensão no dia do ensaio das respectivas lajes.

a.2 - PERDAS DIFERIDAS

As perdas diferidas foram calculadas para o concreto com a idade correspondente à data do ensaio de cada laje.

A.2.1 - Perdas Devidas à Fluência e à Retração do Concreto e à Relaxação do Aço Segundo o "Code-Modèle" CEB-FIP/1978
 [6], [7] e [9]

Para fluência são válidos o princípio da superposição de Boltzmann-Mc. Henry e a hipótese de que a deformação de fluência é proporcional à tensão aplicada.

A avaliação da perda total de protensão devido à retração e à fluência do concreto e à relaxação do aço considerando a interdependência desses três fenômenos pode ser feita pela fórmula seguinte:

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\epsilon_s(t, t_0) E_p + \Delta\sigma_{pr} + \alpha \Psi(t, t_0) (\sigma_{cg} + \sigma_{cpo})}{1 - \alpha \frac{\sigma_{cpo}}{\sigma_{po}} \left| 1 + \Psi(t, t_0) \right|} \quad (a.22)$$

Onde:

$\Delta\sigma_{p,c+s+r}$ - perdas devidas à fluência e à retração do concreto e à relaxação do aço.

$\epsilon_s(t, t_0)$ - deformação relativa de retração que se desenvolve no intervalo de tempo $(t - t_0)$.

E_p - módulo de elasticidade do aço de protensão.

$\Delta\sigma_{pr}$ - variação da tensão no aço de protensão (negativa)

devido a relaxação atuando sozinha, o valor a ser considerado é aquele que se produzirá sob uma tensão inicial.

$$\sigma_{po} = \sigma_{pgo} - 0,3 \Delta \sigma_{p,c+s+r} \quad (a.23)$$

σ_{pgo} - tensão inicial do aço de protensão devida à pro-
tensão e outras ações permanentes.

$$\alpha = \frac{E_p}{E_c}$$

$\psi(t, t_0)$ - coeficiente de fluência.

σ_{cg} - tensão no concreto ao nível da armadura de proten-
são devida ao peso próprio. No caso deste traba-
lho foi desprezada esta parcela.

σ_{cpo} - tensão inicial no concreto ao nível do aço de pro-
tensão devida à protensão.

σ_{cpo} - tensão inicial na armadura de protensão.

Na fórmula (a.23), o valor de $\Delta \sigma_{p,c+s+r}$ é ini-
cialmente estimado (processo iterativo).

O coeficiente de fluência é determinado por:

$$\psi(t, t_0) = \beta_a(t_0) + \psi_d \beta_d(t-t_0) + \psi_f |\beta_f(t) - \beta_f(t_0)| \quad (a.24)$$

onde:

$$\beta_a(t_0) = 0.8 \left| 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(\infty)} \right|$$

ψ_d - coeficiente de elasticidade diferida

$\beta_d(t - t_0)$ - evolução no tempo da deformação elástica diferida.

$\psi_f = \psi_{f1} \cdot \psi_{f2}$ - coeficiente de plasticidade diferida

ψ_{f1} - função do meio ambiente

ψ_{f2} - função da espessura fictícia

$\beta_f(t) - \beta_f(t_0)$ - evolução no tempo da deformação plástica diferida

O coeficiente de fluência depende principalmente:

- da umidade ambiente
- das dimensões da peça
- da composição do concreto
- da temperatura ambiente
- do endurecimento do concreto.

A deformação relativa de retração é dada por:

$$\epsilon_s(t, t_0) = \epsilon_{s0} |\beta_s(t) - \beta_s(t_0)| \quad (a.25)$$

Onde:

$$\epsilon_{s0} = \epsilon_{s1} \cdot \epsilon_{s2}$$

ϵ_{s1} - função do meio ambiente

ϵ_{s2} - função da espessura fictícia

$\beta_s(t) - \beta_s(t_0)$ - evolução da retração ao longo do tempo.

A retração depende sobretudo:

- da umidade ambiente
- das dimensões da peça
- da composição do concreto
- da temperatura ambiente.

Os dados acima, relativos à função de fluência e à retração, são apresentados pelo "Code-Modèle" CEB-FIP/1978 sob a forma de gráficos.

A variação da tensão no aço de protensão devida à relaxação, para um tempo infinito, é apresentada numa tabela do "Code-Modèle" CEB-FIP/1978 para os seguintes valores da tensão inicial $\sigma_{po} = 0,6 \text{ fptk}, 0,7 \text{ fptk}$ e $0,8 \text{ fptk}$. Para valores in

intermediários pode ser obtida por interpolação linear.

O valor da relaxação para um tempo $t_2 > 1000$ horas, pode ser dada por:

$$\frac{\Delta\sigma_{pr2}}{\Delta\sigma_{pr1}} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^\beta \quad (a.26)$$

Onde:

β - coeficiente compreendido entre 0,15 e 0,25 segundo o tipo do aço. Na ausência de indicações precisas, pode ser considerado igual a 0,20.

Na maioria dos casos, $t_1 = 1000$ horas é suficiente para estimar a relaxação a tempos superiores.

BIBLIOGRAFIA

- | ¹ | ABNT - "NB-1/78 - Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado", Associação Brasileira de Normas Técnicas ABNT 1978.

- | ² | ACI Committee 318 - "Building Code Requirements for Reinforced Concrete", ACI 318-71, Detroit, American Concrete Institute, 1977.

- | ³ | ACI Committee 318 - "Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete", ACI 318-71, Detroit, American Concrete Institute, 1977.

- | ⁴ | ACI - ASCE Committee 423 - "Tentative Recommendations for Prestressed Concrete Flat Plates", ACI Journal, February 1974.

- | ⁵ | Burns, N. H. and Hemarom, R. - "Test of Scale Model Post-Tensioned Flat Plate", ASCE, Journal of the Structural Division, n° ST6, June 1977.

- | ⁶ | Code - Modèle CEB-FIP pour les Structures en Béton - "Comportement dans le Temps du Béton", CEB Bulletin D'Informations n° 124/125-F, Avril 1978.

- | ⁷ | Code - Modèle CEB-FIP pour les Structures en Béton - "Données Concernant les Aciers", CEB Bulletin D'Information n° 124/125-F, Avril 1978.

- | ⁸ | Code - Modèle CEB-FIP pour les Structures en Béton - "Etat - Limite Ultime de Resistance au Poinçonnement", CEB Bulletin D'Information n° 124/125-F, Avril 1978.

- | ⁹ | Code - Modèle CEB-FIP pour les Structures en Béton - "Per-tes de Precontrainte", CEB Bulletin D'Information n°124/125-F, Avril 1978.

- | ¹⁰ | "Compléments" au Code - Modèle CEB-FIP/1978 - "Etat - Limite Ultime de Resistance au Poinçonnement - Addition au Cha-pitre 13 du Code - Modèle", CEB Bulletin D'Information n° 139-F, Juillet 1981.

- | ¹¹ | Corley, G. W. - "Shear in Two-Slabs", American Concrete Ins-titute, SP-59-10.

- | ¹² | Gerber, L. L. and Burns, N. H. - "Ultimate Strength Test of Post - Tensioned Flat Plates", PCI Journal, November-December 1971.

- | ¹³ | Leonhardt, F. and Mönnig, E. - "Construções de Concreto", Volume II, Editora Interciência, Rio de Janeiro, 1978.

- | ¹⁴ | Maia, A. C. F. - "Determinação da Fluência e do Coeficiente de Poisson Diferido em um Estado de Tensões de Compres-são Biaxial", Tese de M.Sc., COPPE-UFRJ, Rio de Janei-ro, 1974.

- |¹⁵| Marinho, J. A. P. - "Dimensionamento de Concreto Protendido", Tese de M.Sc., COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, 1973.
- |¹⁶| Marti, P.; Ritz, P. and Thürlimann, B. - "Prestressed Concrete Flat Slabs", IABSE - S-1/77, 1977.
- |¹⁷| Nielsen, M. P. - "Punching Shear Resistance According to the CEB Model Code", American Concrete Institute, SP-59-11.
- |¹⁸| Nielsen, M. P.; Braestrup, M. W.; Jensen, B. C. and Bach, F. - "Concrete Plasticity - Beam Shear - Shear in Joints - Punching Shear", 1978.
- |¹⁹| Scordelis, A. C.; Lin T. Y. and May, H. R. - "Shearing Strength of Prestressed Lift Slabs", ACI Journal, October 1958.
- |²⁰| STUP, Sociedade Técnica para Utilização da Prê-Tensão - Processo Freyssinet - "Recomendações para o Cálculo de Lajes em Concreto Protendido".